

論文内容の要旨

博士論文題目

On the Minimum Weight of Simple Full-length Array LDPC Codes
(Simple Full-length アレー型 LDPC 符号の最小重みに関する研究)

氏名 杉山 憲司

誤り訂正符号を用いることにより、雑音のある通信路を介して受信された受信シンボルに発生した誤りを発見し、訂正することが可能となる。最小重みは誤り訂正符号の性能を測る重要な指標の一つであり、最小重みを正確に求めることは、その符号の性能評価において非常に重要な役割を果たす。低密度パリティ検査 (Low Density Parity Check, LDPC) 符号は疎な検査行列で定義された線形符号の一種である。LDPC 符号は Shannon 限界に迫る高い誤り訂正能力を持つとして注目されており、各種標準規格への採用も進んでいるが、その性能等については十分解明されているとはいえない。近年、擬似巡回 LDPC 符号のように代数的符号の構成法を応用した LDPC 符号の構成法が提案され、この代数的構造を利用した符号の性能評価方法が提案されるなど、定量的な性能評価を行う研究も行われている。Simple full-length アレー型 LDPC (SFA-LDPC) 符号は、代数的に構成された LDPC 符号の部分クラスであり、単純で整った数学的構造を持つ。本論文では、この SFA-LDPC 符号の最小重みについて議論する。

本論文前半では SFA-LDPC 符号の最小重みの上界値を検査するアルゴリズムを提案する。本論文では、代数的なアプローチに計算機を援用し、既存研究等で行われていた完全に代数的な議論の一部を計算機模擬により置き換える。これにより比較的規模の大きな符号に対する議論が可能となり、最小重みが未知であったいくつかの SFA-LDPC 符号について、その正確な値を明らかにすることができる。本論文後半では検査行列の列重みが 4 のときおよび 5 のときの SFA-LDPC 符号の最小重みの上界の評価の代数的証明を与える。論文前半の計算機実験の結果を詳細に分析し、最小重み符号語に共通して見られる代数的な構造を発見・特定する。この代数的構造が、SFA-LDPC 符号の設計パラメータの一つに依存しないことを証明することにより、最小重みの上界式を与える。この結果、列重みが 4, 5 の SFA-LDPC 符号の最小重みが、それぞれ 10, 12 以下となることが明らかとなった。既存研究で与えられている下界値と組み合わせることにより、これら符号クラスの最小重みが明確に与えられたこととなり、これは、LDPC 符号の性能評価手法確立にとって大きな進歩である。

氏名	杉山 憲司
----	-------

(論文審査結果の要旨)

高速で信頼性の高いデジタル通信は、高度に発展した情報化社会にとって欠くことのできない社会基盤である。通信の信頼性を確保するための中心技術として、誤り訂正符号に関する研究が以前より行われている。ごく最近までは、数学的な構造を利用して設計された代数的符号が盛んに用いられてきたが、ターボ符号の発明、LDPC 符号の再発見を機として、非常に符号長の長い大規模符号に対して繰り返し符号を適用することで、シャノン限界に近い符号性能を引き出すアプローチが着目されている。とくに LDPC 符号については、ターボ符号に見られるエラーフロア現象が軽微であること、様々な符号パラメータに対して柔軟に符号設計を行うことが可能であること等の理由により、次世代の誤り訂正符号として期待される場所も大きい。これらの符号の性能については、これまで主として、計算機模擬によって評価が行われることが多かった。計算機模擬は直接的で確実な性能評価の手段ではあるが、高性能符号では誤訂正の確率等もきわめて小さくなるため、計算機模擬で性能評価を行うためには、本論文の対象も含め、天文学的な時間が必要となることも多い。符号の性能を解析的に評価する手段として、符号の最小重みによる方法が知られている。たとえば限界距離復号を用いることにより、最小重みの半分以下のビット誤りは確実に訂正できるという意味で、最小重みの値を具体的に求めることは、性能評価を行うための第一歩であるということもできる。

本論文では、LDPC 符号の部分クラスである SFA-LDPC 符号について、その最小重みを議論している。SFA-LDPC 符号は、いわゆるアレー型符号の設計思想を LDPC 符号の設計に応用したものであり、得られた符号は非常に整った代数的構造を持つ。この代数的構造を利用することで SFA-LDPC 符号の最小重みを求める研究が過去に何例も行われているが、いずれも限定的な結果しか得られておらず、SFA-LDPC 符号の正確な最小重みについては、不明なところも多い。本論文前半では、符号の代数的な構造を利用することによって、最小重み符号語が満たすべき条件を詳細に検討し、ある種の標準形の符号語の存在を明らかにしている。論文ではさらに、計算機模擬によって標準形符号語の有無を検査することで、SFA-LDPC 符号の最小重みを特定する手法が提案されている。論文後半では、計算機模擬で得られた中間結果を詳細に分析し、標準形の最小重み符号語を通じて見られる代数的な特徴を抽出し、その特徴がある意味で普遍的であること、すなわち、SFA-LDPC 符号において

存在する2つの設計パラメータのうち、片方の値には全く依存しないことを証明している。これにより、実用的な列重み(4, 5)を持つ任意の長さのSFA-LDPC符号の最小重みが明らかとなった。SFA-LDPC符号は高レートで優れた性能を発揮する符号であり、その実用上の価値等も高い。そのさらなる実用化にあたっては、計算機模擬以外の形で性能保証を行えることが望ましく、その意味で本研究の成果は、SFA-LDPC符号の実用化に貢献するものであると考えられる。

以上のとおり、本論文で提案する手法と得られた結果は、情報・符号理論、とりわけLDPC符号をはじめとする大規模誤り訂正符号の性能評価に関する重要な知見を与えており、博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。