

論文内容の要旨

博士論文題目 **Studies on Probabilistic Analysis of λ -opt for
Traveling Salesperson Problems**

氏 名 岡田 正浩

巡回セールスマン問題(TSP)は、完全グラフ上で最短のハミルトン閉路を求める問題である。これは古くからよく知られた組合せ最適化問題の一つであり、配送問題やスケジューリング、VLSI の設計等数多くの応用を持つ。TSP は NP-困難であることが知られており、この解法として局所探索法や構成的手法などのさまざまな発見的手法が提案されている。一般に、これらの解法は最適解を保証しないが、比較的短い時間で良い解を求めることが経験的に知られている。その一つに λ -opt と呼ばれる手法がある。 λ -opt は局所探索法的一种であり、各反復において現在の巡回路から λ 本の枝を入れ換えてより短い巡回路を繰り返し構成していく手法である。 λ -opt は、経験的には多項式程度の反復回数で比較的良い解を与えることが知られているが、理論的には、最悪の場合指数回の反復が必要であり、得られる解についても最適解に対する比が任意に大きくなり得ることが示されている。しかし、実際の問題においてそのようなことが起こることは非常にまれである。そこで、実際的な性能の解析を可能とする理論的な枠組みが求められている。本論文は、確率的手法を使い λ -opt の実用性を明らかにする研究をまとめたものであり、序論・結論を含め五章からなっている。第一章では、本研究の目的と意義、およびその背景について述べるとともに、本論文の概説を行っている。

第二章では、本研究で扱う TSP についての要約を行っている。まず、問題の定義、関連する問題、TSP に対する計算理論の結果について述べる。また、TSP に対するいくつかの解法について述べ、その振る舞いに関する既存の理論的成果について述べている。

第三章では 2-opt の計算モデルを提案し、その解析を行ない、提案する確率モデルにより、2-opt の平均的性能を表す理論的枠組を与えると同時に、2-opt の動的なふるまいの予測が可能となることを示している。

第四章では λ -opt の反復回数が高い確率で多項式となること、反復回数の平均が多項式となることを証明している。具体的には L1 ノルムで定義されている問題に対する λ -opt、および 3 次元以上のユークリッド距離で定義される問題に対する 2-opt のそれぞれについて証明を行なう。

第五章では、以上の研究成果のまとめを行うとともに、今後の研究に対する指針を与えている。

(論文審査結果の要旨)

巡回セールスパーソン問題(TSP)に対する局所探索法の一つである λ -opt は、各反復において、暫定解の巡回路から λ 本の枝を入れ換えてより短い巡回路を繰り返し構成していく手法である。 λ -opt は、経験的には多項式程度の反復回数で比較的良い解を与えることが知られているが、理論的には、最悪の場合指数回の反復が必要であり、得られる解についても最適解に対する比が任意に大きくなり得ることが示されている。本論文は、確率的手法を使い λ -opt のより実際の探索効率を理論的に求めたものである。すなわち、 λ -opt が指数回の反復を要することは非常にまれなことであり、平均の反復回数も多項式になることを示している。本論文の主な成果は以下のように要約される。

1. **2-opt** に対する確率モデルを提案し、その必要な計算量に関する解析を行った。この確率モデルにより、**2-opt** の平均的性能を表す理論的枠組が与えられ、さらに **2-opt** の動的なふるまいの予測が可能となった。また、提案したモデルの有効性を計算機実験により明らかにした。
2. **L1** ノルムで定義される問題に λ -opt を適用すると、その計算量が高い確率で多項式となること、反復回数の平均が多項式となることを証明した。これまでの研究では **2-opt** の場合にのみ証明が行われていたが、 λ -opt に拡張して証明した。
3. 一般の次元のユークリッド距離で定義される問題に対しては、**2-opt** の計算量が、高い確率で多項式となること、反復回数の平均が多項式となることを証明した。これまでの研究では二次元のユークリッド距離で定義される問題の場合にのみ証明が行われていたが、三次元以上の場合に拡張して証明した。

以上のように、本論文は確率的手法を用いることにより λ -opt の計算量に関する理論的解析を行ない、その実際的な有効性を明らかにした。このことは、工学、特にオペレーションズ・リサーチの分野において、学術上・実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。