

論文内容の要旨

博士論文題目 Studies on Quasi-Newton Methods for Nonsmooth Convex Optimization

氏 名 Rauf-i-Azam

必ずしも連続的微分可能ではない凸計画問題は、工学やオペレーションズリサーチにおける重要な問題であり、 $\min\text{-max}$ 型の問題や大規模な数理計画問題を分割法で解く際に生成される部分問題などでしばしば現れる。また、そのような滑らかでない関数を含む問題に対する有効な解法を開発することは数理計画法における重要な一分野である。本論文は、滑らかでない関数を持つ凸最適化問題を解く際に重要な役割を果たす準ニュートン法に関して行った研究をまとめたものであり、序論・結論を含め五つの章からなっている。

第一章では、本研究の目的と意義、およびその背景について述べるとともに、本論文の概説を行なっている。

第二章では、本研究で用いる数学的結果の要約を行っている。まず、古典的な滑らかな関数を持つ問題に対する解法を、本論文で取り扱うような滑らかでない凸計画問題に対して適用した場合の問題点について説明している。また、これまで滑らかでない凸計画問題に提案されていた劣微分法やバンドル法を述べ、それらの長所・短所をまとめている。

さらに、次章以降で必要となる Moreau-吉田の正則化と、準ニュートン法について説明している。

第三章では、滑らかでない凸最適化問題に対する準ニュートン法を提案している。この解法では、まず Moreau-吉田の正則化を用いることにより、元の問題と等価で微分可能な最適化問題を構成し、それに対して BFGS 公式を用いた準ニュートン法を適用している。その際、関数の勾配が必要となるが、提案している解法では勾配の近似値を用いることを許している。さらに、提案した解法の大域的収束性を証明している。

第四章では、前章で提案した準ニュートン法を具体的な問題に適用し、計算実験を行った結果をまとめている。本章では特に、滑らかでない凸最適化問題の典型的な例である $\min\text{-max}$ 型の問題を取り上げている。解法に必要な勾配の近似値を計算するために、切除平面法を用いているが、それについてアルゴリズムの実行と深く関連した議論を行っている。さらに計算実験を通して、提案した解法の実際的な有効性を確認し、本解法の諸性質を明らかにしている。

第五章では、以上の研究成果のまとめを行なうとともに、今後の研究に対する指針を与えている。

(論文審査結果の要旨)

必ずしも連続的微分可能ではない凸計画問題は、工学やオペレーションズ・リサーチにおける重要な問題であり、min-max 型の問題や大規模な数理計画問題を分割法で解く際に生成される部分問題などでしばしば現れる。また、そのような滑らかでない関数を含む問題に対する有効な解法を開発することは数理計画法における重要な一分野である。本論文は、滑らかでない目的関数を持つ凸最適化問題に対する準ニュートン法を提案している。さらに、その解法を種々の角度から考察し、理論的性質を明らかにしている。また、同方法を具体的な問題に適用し、数値実験を行い、解法の諸性質を明らかにするとともに、有効性を確認している。本論文の主な成果は次のように要約される。

- (1) 滑らかでない目的関数を持つ元の問題を Moreau-吉田の正則化を用いることにより微分可能な関数を持つ最適化問題を構成し、それに対して BFGS 公式を用いた準ニュートン法を適用する解法を提案した。
- (2) 提案した解法の大域的収束性を証明し、その他の理論的性質を明らかにした。
- (3) 具体的な問題に解法を適用し、数値実験を行い、提案した解法が実際に有効であることを立証した。

以上のように、本論文は滑らかでない目的関数を持つ凸最適化問題に対する準ニュートン法を提案し、その理論的性質を明らかにするとともに、有効性を確認したものであり、工学やオペレーションズ・リサーチの分野において、学術上、實際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。