論文内容の要旨

博士論文題目 Studies on Merit Functions for the Variational Inequality Problem and the Nonlinear Complementarity Problem
(変分不等式問題と非線形相補性問題に対するメリット関数に関する研究)

氏名 山下信雄

本論文は、オペレーションズ・リサーチの重要な問題である非線形相補性問題と変分不等式問題において、それらの問題を等価な制約なし微分可能最適化問題や方程式系に定式化する際に重要な役割を果たすメリット関数に関して行なった研究をまとめたものであり、序論・結論を含め七つの章からなっている。

第一章では、本研究の目的と意義、およびその背景について述べるとともに、本論文の概説を行なっている。

第二章では、非線形相補性問題に対して最近提案された陰ラグランジュ関数と呼ばれるメリット関数を考察している。特にこのメリット関数の停留点がもとの相補性問題の解となるための条件を明らかにするとともに、この関数を最小化する降下法を提案し、その大域的収束性を証明している。

第三章では、非線形相補性問題を一般化した一般非線形相補性問題に対して、陰ラグランジュ関数を拡張したメリット関数を用いて制約なし最小化問題に定式化できることを示し、その問題の理論的諸性質を明らかにしている。

第四章では、非線形相補性問題を拡張した問題である変分不等式問題に対して、微分可能な制約なし最小化問題を構成するために用いることができる新しいメリット関数を提案している。これは正則化ギャップ関数と呼ばれるメリット関数に対して Moreau-吉田の正則化を適用することによって得られる関数であり、本章ではこの関数がさまざまな理論的長所を備えていることを示している。

第五章では、変分不等式問題に対する微分可能なメリット関数として最近提案された D ギャップ関数と呼ばれる関数を一般化し、さらに一般化された D ギャップ関数の解析を行なうとともに、その諸性質を明らかにしている。

第六章では、非線形相補性問題に対するメリット関数を構成する際にしばしば用いられる NCP 関数と呼ばれるクラスの関数に基づいて、非線形相補性問題を解くためのニュートン型の方法を提案している。さらに、提案した方法に対して大域的収束性と超 1 次収束性などの理論的性質を示すとともに、数値実験によりその有効性を確認している。

第七章では、以上の研究成果のまとめを行なうとともに、今後の研究に対する指針を与えている。

論文審査結果の要旨

本論文は、非線形相補性問題と変分不等式問題に対するいくつかの新しいメリット関数を提案するとともに、それらの理論的性質を明らかにし、さらに得られた結果に基づいて上記の問題に対する新しい解法を開発したものである。本論文の主な成果は次のように要約される。

1. 非線形相補性問題に対する陰ラグランジュ関数の停留点がもとの相補性問題の解となるための条件を明らかにした。さらに、この関数を最小化する降下法を提案し、その大域的収束性を証明した。
2. 一般化された非線形相補性問題に対して陰ラグランジュ関数を拡張し、その関数の理論的諸性質を明らかにした。
3. Moreau-吉田の正則化に基づいて、変分不等式問題に対する新しいメリット関数を提案し、その関数を用いることにより、もとの変分不等式問題と等価な微分可能制約なし最適化問題を構成するとともに、この関数が好ましい理論的性質をもつことを明らかにした。
4. 変分不等式問題に対する D ギャップ関数を拡張し、微分可能なメリット関数の新しい枠組みを構築した。さらに、それらの関数を最小化するための降下法を提案し、その理論的な収束性を証明した。
5. 非線形相補性問題に対して NCP 関数を利用した新しいニュートン型の解法を提案し、その大域的収束性と超 1 次収束性を証明した。さらに、数値実験を行ない、その方法が実際に効率的であることを立証した。

以上のように、本論文は非線形相補性問題と変分不等式問題に対する新しいメリット関数を提案し、それらの理論的性質を明らかにするとともに、いくつかの効率的な解法を開発したものであり、オペレーションズ・リサーチの分野において、学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。