

修士論文

二等辺三角形領域における対面通信可能な 移動ロボット群の避難問題に関する研究

藤谷 拓矢

2019 年 3 月 6 日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報科学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
修士（工学）授与の要件として提出した修士論文である。

藤谷 拓矢

審査委員：

井上 美知子 教授	（主指導教員）
笠原 正治 教授	（副指導教員）
大下 福仁 准教授	（副指導教員）
新谷 道広 助教	（副指導教員）

二等辺三角形領域における対面通信可能な 移動ロボット群の避難問題に関する研究*

藤谷 拓矢

内容梗概

避難問題とは，ある領域内の複数の移動ロボット群を未知の出口から短時間で避難させる問題である．本論文では，対面通信可能な移動ロボット群を二等辺三角形から避難させる場合の避難問題を扱う．各ロボットは二等辺三角形の内部および周上を自律的に移動でき，その最大速度は全てのロボットで同一である．また，各ロボットは他のロボットと出会った場合に限り，お互いの探索情報を交換できる（対面通信可能）とする．出口は二等辺三角形の周上に一つ存在するとし，全てのロボットが出口に到達するまでに要する時間（避難時間）を最小化することを目指す．

本論文の成果は，次の三つである．第一の成果として，上記の避難問題に対して避難時間の下界を与える．また，この下界は頂点のいずれかに出口がある場合に限定しても成り立つ．第二の成果として，出口が周上にある場合の避難アルゴリズムを提案する．このアルゴリズムは，探索に用いるロボットが十分多い場合に，上記の下界に対して高々2倍の避難時間を実現する．第三の成果として，頂点のいずれかに出口がある場合の避難アルゴリズムを提案する．このアルゴリズムは上記の下界と一致する避難時間を実現するため最適である．

キーワード

対面通信，二等辺三角形，避難問題，避難アルゴリズム，自律ロボット

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報科学専攻 修士論文，
2019年3月6日．

Evacuation problem of robots from an isosceles triangle in the face-to-face communication model*

Takuya Fujitani

Abstract

An evacuation problem is a problem to make robots evacuate from an unknown exit in a certain area. We consider the evacuation problem on an isosceles triangle T where robots are initially located at the inner center of T and the exit is on the boundary of T . We assume that robots can move with the same maximum speed. We consider the face-to-face communication model, that is, a robot can communicate with another robot only when they meet. We aim to minimize the evacuation time, which is the time required for all robots to reach the exit.

First, we show the lower bound on the evacuation time. This lower bound is valid even in the case that the exit is on a corner of T . Second, we propose an evacuation algorithm in the case that the exit is on the boundary of T . The evacuation time of this algorithm is at most twice of the aforementioned lower bound if a sufficiently large number of robots exist. Lastly, we propose an evacuation algorithm in the case that the exit is on a corner of T . This algorithm is optimal because it achieves the same evacuation time as the aforementioned lower bound.

Keywords:

Face-to-face communication, Isosceles triangle, Evacuation problem, Evacua-

*Master's Thesis, Department of Information Science, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, March 6, 2019.

tion algorithm, Autonomous robots

目次

図目次	vi
第 1 章 はじめに	1
1.1 研究背景	1
1.2 成果	3
1.3 構成	3
第 2 章 定義	4
2.1 避難領域	4
2.2 自律ロボット	4
2.3 避難問題	4
第 3 章 避難時間の下界	6
3.1 自明な避難時間の下界	6
3.2 θ に応じたより厳密な下界	6
3.2.1 $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合	7
3.2.2 $\pi/3 \leq \theta (< \pi/2)$ の場合	16
第 4 章 避難アルゴリズム	26
4.1 出口が周上に一つ存在する場合に対する避難アルゴリズム	26
4.1.1 アルゴリズムの動作	26
4.1.2 避難時間	26
4.2 出口が頂点のいずれか一つに存在する場合に対する避難アルゴリズム	29
4.2.1 アルゴリズムの動作	29
4.2.2 避難時間	32
第 5 章 まとめ	35
謝辞	36

参考文献	37
発表リスト	39

図目次

3.1	$\theta = \alpha$ のとき	7
3.2	時刻 $IB + BM$ で A の情報を持つ R_B の存在する範囲 (黄色) . . .	10
3.3	時刻 $IB + BM$ で C の情報を持つ R_B の存在する範囲 (緑色) . . .	11
3.4	時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を持たない R_B の存在する範囲	12
3.5	時刻 $IB + BM$ で A の情報を持つ R_B の存在する範囲 (黄色) . . .	14
3.6	時刻 $IB + BM$ で C の情報を持つ R_B の存在する範囲 (緑色) . . .	15
3.7	時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を持たない R_B の存在する範囲	16
3.8	$\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R)$ を満たす領域 (黄色の領域) . .	19
3.9	$\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R)$ を満たす領域 (黄色の領域) . .	20
3.10	時刻 $IB + R$ で R_A の存在する領域 (黄色および緑色の領域) . . .	21
3.11	$\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R)$ を満たす領域 (黄色の領域) . .	23
3.12	$\text{Cir}(B, R) \cap \text{Cir}(C, R)$ を満たす領域 (黄色の領域)	24
3.13	O は外心, 時刻 $IB + R$ で R_C の存在する領域 (黄色および緑色の 領域)	25
4.1	下界と提案アルゴリズムで得られる避難時間の上界	27
4.2	出口が C で $0 < \theta < \alpha$ における R_1 及び R_2 の動作	30
4.3	出口が C で $\alpha \leq \theta < \pi/3$ における R_1 及び R_2 の動作	31
4.4	出口が A で $\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ における R_1 及び R_2 の動作	32

第 1 章 はじめに

1.1 研究背景

近年、複数の自律ロボットが協調してタスクを実行するロボットシステムが注目を集めている。このシステムではロボットが並行にタスクを処理することで、タスクの達成に必要な時間を短縮することができる [1, 2]。また、このようなロボットシステムで情報隠蔽のために、ロボットがそれぞれ異なったデータ表現でデータを扱ったり、ロボット間でデータへのアクセス方法を限定することで、セキュリティの向上が期待できる [3]。さらに、ロボットは自律的に動作するため、人による制御が困難な場所でも安定した活躍を期待することができる。また、ロボットシステムは複数体のロボットを使うことで故障耐性をもつ。1 体のロボットを用いてタスクを行った際には、そのロボットが故障するとタスクを完了できなくなる。一方で、複数体のロボットを用いれば、一定数のロボットが故障しても、その他のロボットが協調することでタスクを完了することができる。

よく扱われる自律ロボット群の研究の一つとして、探索問題がある [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]。探索問題とは領域から存在場所が不明のターゲットを探索する問題で、ターゲットを探索するまでのコストがより小さいアルゴリズムの提案が行われている。コストとして用いられる代表的な指標は 2 つあり、1 つは探索終了までに要した時間、もう 1 つは各ロボットが探索に要した移動距離の最大値である。探索問題は、例えば遭難者の発見に応用することができ、ロボットを用いた救助では雪山などで発生する雪崩などによる二次被害を防ぐこともできる。

探索問題で、特にターゲットを出口と見立てた問題を避難問題という。避難問題は、出口の探索を複数体のロボットで行い、発見した出口から全てのロボットを避難させる問題である。火災などにより従来の出口を使った脱出が不可能となった際、脱出するためには新たな出口の探索が必要となる。避難問題を応用することで、ロボットを用いて新たな出口を発見することができる。避難問題のコストとして、出口の探索を開始してから全てのロボットの避難が完了するまでに要した時間が用いられ、これを避難時間という。

ロボット間の通信方法は、ロボット同士が出会った時のみ通信可能な対面通信モデル [5, 7, 8] と、遠隔にいるロボットとも通信が可能なワイヤレス通信モデル

[4, 8, 9, 10] がある。また、ロボットの移動速度は、全てのロボットの最大速度が同じモデル [4, 5, 7, 8, 9, 10] と、各ロボットが異なった最大速度をもつモデル [6] がある。

Pattanayak らは、探索領域が円で、出口が円周上に 2 つあり、2 体のロボットが同じ速度で動く条件の下、ワイヤレス通信モデルでの避難アルゴリズムの提案、および対面通信モデルでの避難時間の下界を与えた [4]。

Brandt らは、探索領域が単位円で、出口が円周上に 1 つあり、2 体のロボットが同一の速度で動く対面通信モデルの避難問題を扱った。避難時間の上界が 5.625 である避難アルゴリズムを与えた [5]。

Lamprou らは、探索領域が円、出口が円周上に 1 つあり、2 体のロボットが異なった速度で動くワイヤレス通信モデルの避難問題を扱った。ロボットはそれぞれ速度 1, s で移動する。 $s \geq 2.75$ の時、上界と下界が一致し、 $s < 2.75$ の時、上界が下界の 1.22 倍以下の避難アルゴリズムを与えた [6]。

Chuangpishit らは、一辺の長さが 1 の正三角形で対面通信可能な自律ロボットを複数体用いた避難問題を扱った。探索に用いられるロボットは k 体で、出口は正三角形の周上に 1 つだけ存在する。また、全てのロボットの初期位置は重心で、速度 1 で移動する。これらの条件の下で、避難時間の下界、4 つの避難アルゴリズム、およびそれぞれのアルゴリズムによって得られる避難時間の上界を与えた [7]。特に、避難時間の下界は $k \rightarrow \infty$ で $\sqrt{3}$ であることが示されている。さらに、Detour と呼ばれる手続きを行うことで避難時間を小さくできることが示されている。Detour を 2 回用いることで、2 体のロボットを避難させる場合の避難時間の上界が 2.33367 であるアルゴリズムが提案された。また、Detour をより多く用いることで、2 体のロボットに対する避難アルゴリズムの避難時間の上界を、より小さくできることを明らかにした。

他にもグラフモデルでの避難問題 [8]、避難領域が複数の線から成り、線上に存在する出口から避難する問題 [9] や、探索ロボットに故障 (停止故障およびビザンチン故障) がある場合の避難問題 [10] も扱われている。このように、ロボットの移動速度、通信方法および出口の数の組み合わせ、故障の有無などによって様々な避難問題が研究されている [4, 5, 6, 7]。しかし、これまでの研究では、探索領域を多角形に限ると、正三角形しか考えられていない。そこで本研究では、避難領域として二

等辺三角形を扱い、この図形の性質を考慮した避難アルゴリズムを提案する。

1.2 成果

本論文では、二等辺三角形領域における対面通信可能な移動ロボット群の避難問題について考察する。出口は二等辺三角形の周上に 1 つ存在し、ロボットはこの二等辺三角形の内部および周上を自律的に移動する。全てのロボットの最大速度は同一で、対面通信可能であるとする。また、探索中に衝突、および故障はしないものとする。

上記の避難問題に対して、次の三つの成果を与える。第一の成果として、避難時間の下界を示す。この下界は頂点のいずれかに出口がある場合に限定しても成り立つ。第二の成果として、出口が周上にある場合の避難アルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは探索に用いるロボットが十分多い場合に、上記の下界に対して高々 2 倍の避難時間を実現する。第三の成果として、頂点のいずれかに出口がある場合の避難アルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは上記の下界と一致する避難時間を実現するため最適である。

1.3 構成

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章では、本研究で扱う避難問題の定義を与える。第 3 章では、避難時間の下界を示す。第 4 章では、出口の位置が二等辺三角形の周上にある場合の避難アルゴリズム、および出口の位置が頂点のいずれかにある場合の避難アルゴリズムの二つの避難アルゴリズムを提案する。さらに、提案した避難アルゴリズムの上界をそれぞれ与えた後、3 章で示した下界との関係を示す。最後に、第 5 章では本研究のまとめと今後の課題について述べる。

第 2 章 定義

2.1 避難領域

3 頂点 A, B, C から成る二等辺三角形 T は, $AB = AC, BC=1$ であり, $\angle B$ を θ ($0 < \theta < \pi/2$) と表す. 各ロボットは T の内部および周上を移動することができる. T の周上に出口を 1 つ定めたものを避難領域と呼び, 出口の位置が x であるような避難領域を T_x と表す. 内心を I , 外心を O , 外接円の半径を R とする.

2.2 自律ロボット

各ロボットは領域内を最大速度 1 で移動できる. 各ロボットの動作は決定的であるとする. また, ロボットの総数を k とし, 各ロボットを $R_1, R_2, \dots, R_k$ と表す. 全てのロボットは探索開始時に T の内心 I に存在し, 避難領域の形状 T を知っているが, 出口の位置は知らないとする.

全てのロボットは共通の座標系を持ち, この座標系上に避難領域 T_x が存在する. さらに, ロボットを T 上の点として扱う. 各ロボットは, 現在の座標上の点の情報のみを得ることができる. ロボットは出口上に存在するとき, 避難することができる. 避難したロボットは, T から取り除かれる. ロボットは探索中に得た情報を保持することができる. ロボット同士は衝突しないものとする. ロボット同士の通信は同一座標に存在するロボット間でのみ可能な対面通信モデルとする. また, 通信に要する時間は極めて短いものとし, 避難時間の計算の上では無視できるものとする.

2.3 避難問題

避難問題では, 全てのロボットを短時間で出口から避難させることを目的とする. アルゴリズム $\mathcal{A}$ は, 入力として与えられたロボットの総数 k , 避難領域の形状 T , および $\mathcal{A}$ の実行中に得られた探索情報によって決定的にロボットの動作を定める. ロボットが $\mathcal{A}$ によって動作するとき, 任意の避難領域 T_x において全てのロボッ

トが出口から避難できるならば、 $\mathcal{A}$ は避難アルゴリズムであるという． $ET_{\mathcal{A}}(T_x)$ を、 $\mathcal{A}$ により避難領域 T_x から全てのロボットが避難するまでに要する時間とする．二等辺三角形 T の周上の点の集合を C_T とする． T における $\mathcal{A}$ の最悪避難時間を $ET_{\mathcal{A}}^*(T)=\max_{x \in C_T} \{ET_{\mathcal{A}}(T_x)\}$ で表す．本研究では、 $ET_{\mathcal{A}}^*(T)$ を最小にするような $\mathcal{A}$ の開発を目標とする．

第 3 章 避難時間の下界

本章では、2 章で定義した避難問題に対する避難時間の下界を与える。ここでは、出口が頂点 A, B, C のいずれかである場合に限定して避難時間の下界を証明する。すなわち、出口 x が $x \in \{A, B, C\}$ を満たすとする。また、ロボットの総数は k 体であり、全てのロボットは $x \in \{A, B, C\}$ であることを知っているとする。この条件のもとで避難時間 $ET_A^*(T)$ の下界を与える。明らかに、この下界は 2 章で定義した避難問題（すなわち、出口が周上の任意の点である場合）の避難時間の下界となる。

3.1 節で自明な避難時間の下界を与える。3.2 節で、3.1 節より厳密な避難時間の下界を与える。

3.1 自明な避難時間の下界

補題 1 $ET_A^*(T) \geq IB + 1$ が成立する。

Proof.

出口が A に存在しない場合、ロボットはいずれ B または C を探索する。ここで一般性を失わず、 C より先に、または C と同時に B が探索されたとする。このとき、出口が C であれば、 B を探索したロボットは C へ向かう必要がある。よって、少なくとも $IB + 1$ の避難時間が必要である。

□

3.2 θ に応じたより厳密な下界

次に θ の値に応じた避難時間の下界を考える。 AC の垂直二等分線と $IA + AP = IB + BP$ を満たす動点 P の軌跡との交点を M とする。 M を T の内部に取ることができる θ を α とする (図 3.1)。

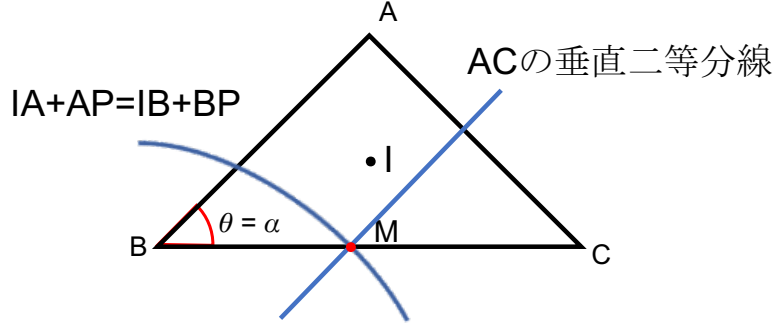


図 3.1 $\theta = \alpha$ のとき

3.2.1 節では $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合, 3.2.2 節では $\pi/3 \leq \theta (< \pi/2)$ の場合について補題 1 よりも厳密な ET_A^* の下界を与える.

以降では, 頂点 X を最初に探索するロボットを R_X と表し, 時刻 u でのロボット R の位置を $\text{loc}(R, u)$ で表す. さらに, c を中心とした半径 d の円と T との共通の領域を $\text{Cir}(c, d)$ で表す. また, 各頂点 X に対して, X を訪問したロボットから直接的または間接的に頂点 X の情報を得ることを, 単に X の情報を得るという. すなわち, ロボットは X の情報を得ることで, X が出口であるか, 出口でないかを知ることができる. 時刻 t に頂点 X が初めて訪問されるとき, ロボット R が時刻 $t'(t \leq t')$ までに頂点 X を探索したロボットから X の情報を得るためには, ある時刻 $t''(t \leq t'' \leq t')$ が存在して, R が $\text{Cir}(X, t'' - t)$ 内に存在しなければならない.

3.2.1 $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合

補題 2

$$\alpha < \theta < \pi/3 \text{ のとき, } ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$$

Proof.

全てのロボットは避難アルゴリズム $\mathcal{A}$ によって決定される探索経路に従って, 出口の探索を行う. $\mathcal{A}$ に対して避難領域 T_A, T_B, T_C を考えると, このうち少な

くとも一つの避難領域では、出口でない二つの頂点が探索された後に、出口が探索される（ただし、出口を含む複数の頂点が同時刻に探索された場合、出口の探索が最後に起こったとみなす）。また、二等辺三角形 T の対称性から、 T_B で B が最後に探索されるアルゴリズムは、 T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムと同様に考えることができる。そのため、 T_A で A が最後に探索されるアルゴリズムの場合と T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムの場合の二つで場合分けを行い、 $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立することを示す。また、 t_B を B が最初に探索された時刻とする。

< T_A で A が最後に探索されるアルゴリズムの場合>

$t_B \geq IB + BM + AM - AB$ の場合、 R_B が出口へ向かうのに少なくとも AB 必要であるので、 $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する。

次に、 $t_B < IB + BM + AM - AB$ の場合を考える。このとき、時刻 t_B までに R_B が C の情報を得ることができない事を背理法によって示す。時刻 t_B で R_B が C の情報を得ていると仮定する。また、時刻 t_{MC} を R_B が地点 M_C で C の情報を得た時刻とする。このとき、 C は R_C によって探索されている必要があり、 R_C が C を探索するまでに少なくとも IC の時間が必要である。さらに、 C の情報が地点 M_C に到達するまでに少なくとも CM_C の時間が必要である。よって、式 (3.2.1) が成り立つ。

$$t_{MC} \geq IC + CM_C \quad (3.2.1)$$

地点 M_C で C の情報を得た R_B は、この後 B を探索するので、式 (3.2.2) が成り立つ。

$$t_B \geq t_{MC} + BM_C \geq IC + BC \quad (3.2.2)$$

しかし、これは $t_B < IB + BM + AM - AB$ に矛盾する。

$$\left((IC + BC) - (IB + BM + AM - AB) = (BC + AB) - (BM + AM) > 0 \right. \\ \left. (M \text{ が } T \text{ の内部の点より}) \right)$$

以上より，時刻 $t_B < IB + BM + AM - AB$ までに R_B が C の情報を得ることはできない． A が最後に探索されるため， R_B が他の頂点情報を得る場合，情報を得る時刻は t_B 以降となる．以降では，時刻 $IB + BM$ の時点で R_B が他の頂点の情報を得ているかどうかによって次の三つの場合を考える．

- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， A の情報を得る場合
- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， C の情報を得る場合
- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し，時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を得ていない場合

(1) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， A の情報を得る場合

R_B が A の情報を得る時刻を t_{MA} とする． R_B は時刻 t_{MA} まで A および C の情報を得ていないので， R_B の動作は T_A および T_C に対して同一である．以下では，避難領域が T_C の場合を考える．

時刻 $IB + BM$ のときを考える．このとき， $IA + AM = IB + BM$ であるので A の情報が届く範囲は $\text{Cir}(A, AM)$ に含まれる．また， R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる． R_B が時刻 $IB + BM$ までに A の情報を得ていることから式 (3.2.3) が成立する．

$$\text{loc}(R_B, IB + BM) \in \text{Cir}(A, AM) \cap \text{Cir}(B, BM) \quad (3.2.3)$$



ACの垂直二等分線

$\text{Cir}(A, AM) \cap \text{Cir}(B, BM)$ の領域から C までの距離は少なくとも CM あるの

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM$$

また、 M が AC の垂直二等分線上の点であることから、式 (3.2.4) は次のように表すことができる。

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM = IB + BM + AM$$

(2) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し, C の情報を得る場合

時刻 $IB + BM$ のときを考える．このとき， C の情報が届く範囲は $\text{Cir}(C, CM)$ に含まれる．また， R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる． R_B が時刻 $IB + BM$ までに C の情報を得ていることから式 (3.2.6) が成立する．

$$\text{loc}(R_B, IB + BM) \in \text{Cir}(B, BM) \cap \text{Cir}(C, CM)$$

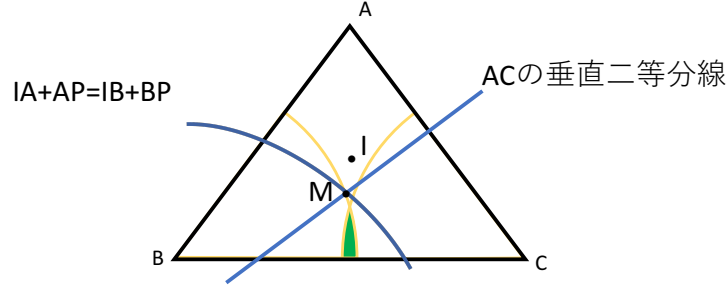


図 3.3 時刻 $IB + BM$ で C の情報を持つ R_B の存在する範囲 (緑色)

$\text{Cir}(B, BM) \cap \text{Cir}(C, CM)$ の領域から A までの距離は少なくとも AM あるので式 (3.2.7) が成立する (図 3.3).

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM \quad (3.2.7)$$

(3) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し, 時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を得ていない場合

時刻 $IB + BM$ で R_B が A および C の情報を得ていない場合を考える. 時刻 $IB + BM$ で R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる.

時刻 $IB + BM$ で他の頂点の情報を得ていないので, T_A および T_C に対して R_B の動作は同一である. ここで, $\text{Cir}(B, BM)$ の境界線と AB との交点を X_1 , BC との交点を X_2 と表す. R_B が線分 BX_1 , BM および弧 X_1M で囲まれた周上を含む領域 Y (図 3.4:黄色の領域) に含まれる場合と線分 BX_2 , BM および弧 X_2M で囲まれた周上を含む領域 G (図 3.4:緑色の領域) に含まれる場合をそれぞれ考える.

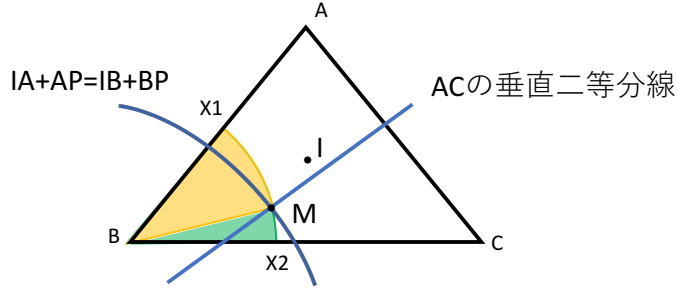


図 3.4 時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を持たない R_B の存在する範囲

R_B が時刻 $IB + BM$ で領域 Y に含まれる場合, T_C に対して R_B が C に到達するまでに少なくとも CM の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM$ が成立する.

R_B が時刻 $IB + BM$ で領域 G に含まれる場合, T_A に対して R_B が A に到達するまでに少なくとも AM の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する.

$AM = CM$ であることから, いずれの場合でも式 (3.2.8) が成立する.

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM \quad (3.2.8)$$

(1), (2), (3) より, 避難領域が T_A で A が最後に探索される場合, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する.

< T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムの場合>

$t_B \geq IB + BM + AM - BC$ の場合, R_B が出口へ向かうのに少なくとも BC 必要であるので, $ET_A^* \geq IB + BM + AM$ が成立する.

次に, $t_B < IB + BM + AM - BC$ の場合を考える. このとき, 時刻 t_B までに R_B が A の情報を得ることができない事を背理法によって示す. 時刻 t_B で R_B が A の情報を得ていると仮定する. また, 時刻 t_{MA} を R_B が地点 M_A で A の情報を得た時刻とする. このとき, A は R_A によって探索されている必要があり, R_B が

A を探索するまでに少なくとも IA の時間が必要である．さらに， A の情報が地点 M_A に到達するまでに少なくとも AM_A の時間が必要である．よって，式 (3.2.9) が成り立つ．

$$t_{MA} \geq IA + AM_A \quad (3.2.9)$$

地点 M_A で A の情報を得た R_B は，この後 B を探索するので，式 (3.2.10) が成り立つ．

$$t_B \geq t_{MA} + BM_A \geq IA + AB \quad (3.2.10)$$

しかし，これは $t_B < IB + BM + AM - BC$ に矛盾する．

$$\left(\begin{array}{l} (IA + AB) - (IB + BM + AM - BC) = (IA + AB) - (IA + AM + AM - BC) \\ \qquad \qquad \qquad = AB + BC - 2AM \\ \qquad \qquad \qquad > 2(AB - AM) > 0 \end{array} \right)$$

以上より，時刻 $t_B < IB + BM + AM - BC$ までに R_B が A の情報を得ることはできない． C が最後に探索されるため， R_B が他の頂点情報を得る場合，情報を得る時刻は t_B 以降となる．以降では，時刻 $IB + BM$ の時点で R_B が他の頂点の情報を得ているかどうかによって次の三つの場合を考える．

- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， A の情報を得る場合
- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， C の情報を得る場合
- ・ R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し，時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を得ていない場合

(a) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し， A の情報を得る場合

時刻 $IB + BM$ のときを考える．このとき， $IA + AM = IB + BM$ であるので A の情報が届く範囲は $\text{Cir}(A, AM)$ に含まれる．また， R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる． R_B が時刻 $IB + BM$ までに A の情報を得ていること

から式 (3.2.11) が成立する.

$$\text{loc}(R_B, IB + BM) \in \text{Cir}(A, AM) \cap \text{Cir}(B, BM) \quad (3.2.11)$$

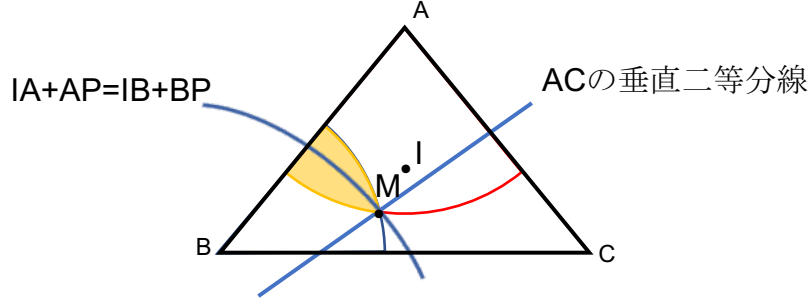


図 3.5 時刻 $IB + BM$ で A の情報を持つ R_B の存在する範囲 (黄色)

$\text{Cir}(A, AM) \cap \text{Cir}(B, BM)$ の領域から C までの距離は少なくとも CM あるので式 (3.2.12) が成立する (図 3.5).

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM \quad (3.2.12)$$

また, M が AC の垂直二等分線上の点であることから, 式 (3.2.12) は次のように表すことができる.

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM = IB + BM + AM \quad (3.2.13)$$

(b) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し, C の情報を得る場合

R_B が C の情報を得る時刻を t_{MC} とする. R_B は時刻 t_{MC} まで A および C の情報を得ていないので, R_B の動作は T_A および T_C に対して同一である. 以下では, 避難領域が T_A の場合を考える.

時刻 $IB + BM$ のときを考える. このとき, C の情報が届く範囲は $\text{Cir}(C, CM)$ に含まれる. また, R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる. R_B が時刻 $IB + BM$ までに C の情報を得ていることから式 (3.2.14) が成立する.

$$\text{loc}(R_B, IB + BM) \in \text{Cir}(B, BM) \cap \text{Cir}(C, CM) \quad (3.2.14)$$

$\text{Cir}(B, BM) \cap \text{Cir}(C, CM)$ の領域から A までの距離は少なくとも AM あるので式 (3.2.15) が成立する (図 3.6).

$$ET_{\mathcal{A}}^*(T) \geq IB + BM + AM \quad (3.2.15)$$

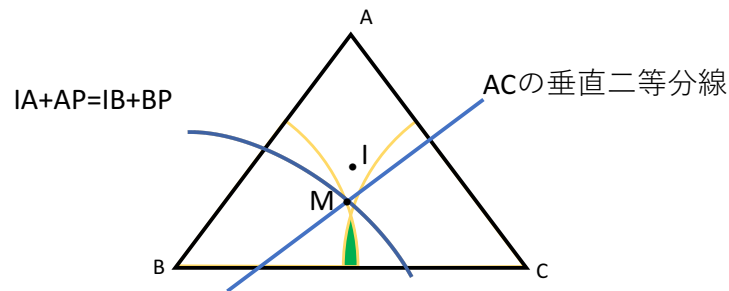


図 3.6 時刻 $IB + BM$ で C の情報を持つ R_B の存在する範囲 (緑色)

(c) R_B が時刻 $IB + BM$ までに B を探索し, 時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を得ていない場合

時刻 $IB + BM$ で R_B が A および C の情報を得ていない場合を考える. 時刻 $IB + BM$ で R_B の存在する範囲は $\text{Cir}(B, BM)$ に含まれる.

時刻 $IB + BM$ で他の情報を得ていないので、 T_A および T_C に対して R_B の動作は同一である．ここで、 $\text{Cir}(B, BM)$ の境界線と AB との交点を X_1 、 BC との交点を X_2 と表す． R_B が線分 BX_1 、 BM および弧 X_1M で囲まれた周上を含む領域 Y (図 3.7: 黄色の領域) に含まれる場合と線分 BX_2 、 BM および弧 X_2M で囲まれた周上を含む領域 G (図 3.7: 緑色の領域) に含まれる場合をそれぞれ考える．

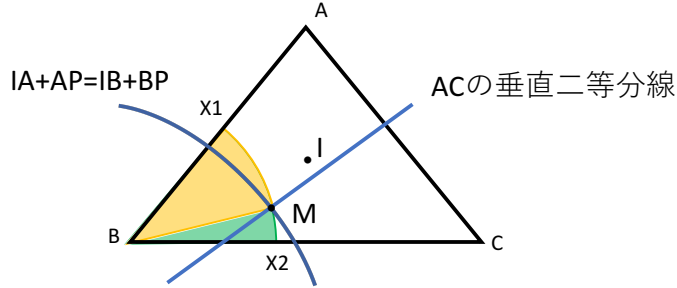


図 3.7 時刻 $IB + BM$ で A および C の情報を持たない R_B の存在する範囲

R_B が時刻 $IB + BM$ で領域 Y に含まれる場合, T_C に対して R_B が C に到達するまでに少なくとも CM の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + CM$ が成立する.

R_B が時刻 $IB + BM$ で領域 G に含まれる場合, T_A に対して R_B が A に到達するまでに少なくとも AM の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する.

$AM = CM$ であることから, いずれの場合でも式 (3.2.16) が成立する.

$$ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM \quad (3.2.16)$$

(a), (b), (c) より, 避難領域が T_C で C が最後に探索される場合, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する.

よって, $ET_A^*(T) \geq IB + BM + AM$ が成立する.

□

3.2.2 $\pi/3 \leq \theta (< \pi/2)$ の場合

補題 3 $\pi/3 \leq \theta$ のとき, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

Proof.

全てのロボットは避難アルゴリズム $\mathcal{A}$ によって決定される探索経路に従って、出口の探索を行う。 $\mathcal{A}$ に対して避難領域 T_A, T_B, T_C を考えると、このうち少なくとも一つの避難領域では、出口でない二つの頂点が探索された後に、出口が探索される（ただし、出口を含む複数の頂点が同時刻に探索された場合、出口の探索が最後に起こったとみなす）。また、二等辺三角形 T の対称性から、 T_B で B が最後に探索されるアルゴリズムは、 T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムと同様に考えることができる。そのため、 T_A で A が最後に探索されるアルゴリズムの場合と T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムの場合の二つで場合分けを行い、 $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立することを示す。

< T_C で C が最後に探索されるアルゴリズムの場合>

t_A を A が最初に探索された時刻とする。

$t_A \geq IB + 2R - AC$ の場合、 R_A が出口へ向かうのに少なくとも AC 必要であるので、 $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する。

次に、 $t_A < IB + 2R - AC$ の場合を考える。このとき、時刻 t_A までに R_A が B の情報を得ることができない事を背理法によって示す。時刻 t_A で R_A が B の情報を得ていると仮定する。また、時刻 t_{MB} を R_A が地点 M_B で B の情報を得た時刻とする。このとき、 B は R_B によって探索されている必要があり、 R_B が B を探索するまでに少なくとも IB の時間が必要である。さらに、 B の情報が地点 M_B に到達するまでに少なくとも BM_B の時間が必要である。よって、式 (3.2.17) が成り立つ。

$$t_{MB} \geq IB + BM_B \quad (3.2.17)$$

地点 M で B の情報を得た R_A は、この後 A を探索するので、式 (3.2.18) が成り立つ。

$$t_A \geq t_M + AM_B \geq IB + AB \quad (3.2.18)$$

しかし、これは $t_A < IB + 2R - AC$ に矛盾する。

$$\begin{pmatrix} (IB + AB) - (IB + 2R - AC) = (AB + AC) - 2R \\ = (AB + AB) - 2R \\ = 2(AB - R) > 0 \end{pmatrix}$$

以上より、時刻 $t_A < IB + 2R - AC$ までに R_A が B の情報を得ることができない． C は最後に探索されるため、 R_A が他の頂点の情報を得る場合は時刻 t_A 以降となる．以降では、時刻 $IB + R$ の時点で R_A が他の頂点の情報を得ているかどうかによって次の三つの場合を考える．

- ・ R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し、 B の情報を得る場合
- ・ R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し、 C の情報を得る場合
- ・ R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し、時刻 $IB + R$ で B および C の情報を得ていない場合

(1) R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し、 B の情報を得る場合

時刻 $IB + R$ のときを考える．このとき、 B の情報が届く範囲は $\text{Cir}(B, R)$ に含まれる．また、 R_A の存在する範囲は $\text{Cir}(A, IB + R - IA)$ に含まれる．時刻 $IB + R$ までに R_A が B の情報を得ていることから式 (3.2.19) が成立する．

$$\text{loc}(R_A, IB + R) \in \text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R) \quad (3.2.19)$$

$IB + R - IA \leq R$ であるので、 $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R)$ の領域から C までの距離は R 以上となる（図 3.8）．よって、式 (3.2.20) が成立する．

$$ET_{\mathcal{A}}^*(T) \geq IB + 2R \quad (3.2.20)$$

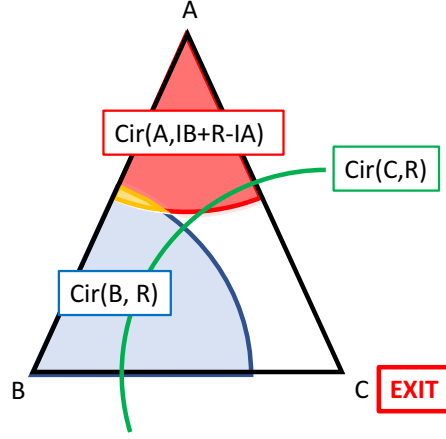


図 3.8 $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R)$ を満たす領域 (黄色の領域)

(2) R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し, C の情報を得る場合

R_A が C の情報を得る時刻を t_{MC} とする. R_A の動作は時刻 t_{MC} まで B および C の情報を得ていないので T_B および T_C に対して同一である. 以下では, 避難領域が T_B の場合を考える.

時刻 $IB + R$ のときを考える. このとき, C の情報が届く範囲は $\text{Cir}(C, R)$ である. また, R_A の存在する範囲は $\text{Cir}(A, IB + R - IA)$ に含まれる. 時刻 $IB + R$ までに R_A が B の情報を得ていることから式 (3.2.21) が成立する.

$$\text{loc}(R_A, IB + R) \in \text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R) \quad (3.2.21)$$

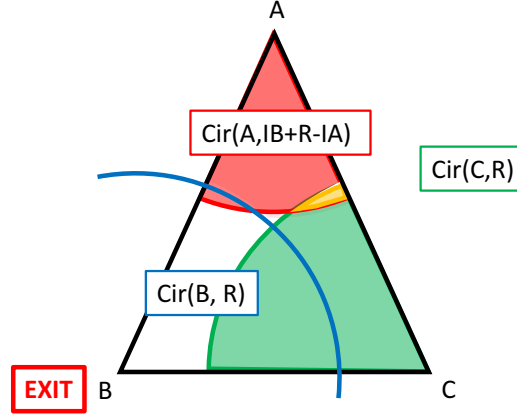


図 3.9 $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R)$ を満たす領域 (黄色の領域)

$IB + R - IA \leq R$ であるので, $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R)$ の領域から B までの距離は R 以上となる (図 3.9). よって, 式 (3.2.22) が成立する.

$$ET_A^*(T) \geq IB + 2R \quad (3.2.22)$$

(3) R_A が時刻 $IB + R$ までに A を探索し, 時刻 $IB + R$ で B および C の情報を得ていない場合

時刻 $IB + R$ で R_A が B および C の情報を得ていない場合を考える. 時刻 $IB + R$ で R_A の存在する範囲は $\text{Cir}(A, IB + R - IA)$ である.

時刻 $IB + R$ で他の情報を得てないので, T_B および T_C の避難領域に対して R_A の動作は同一である. ここで, $\text{Cir}\{A, IB + R - IA\}$ の境界線と線分 AB との交点を X_1 , 線分 AC との交点を X_2 , $\angle A$ の二等分線との交点を Z と表す. R_A が線分 AX_1 , AZ および弧 X_1Z で囲まれた周上を含む領域 Y (図 3.10:黄色の領域) に含まれる場合と線分 AX_2 , AZ および弧 X_2Z で囲まれた周上を含む領域 G (図 3.10:緑色の領域) に含まれる場合をそれぞれ考える.

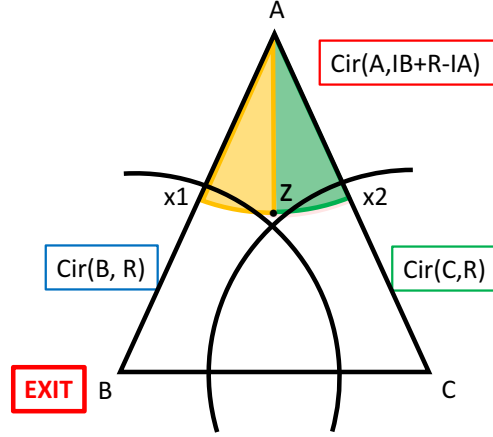


図 3.10 時刻 $IB + R$ で R_A の存在する領域 (黄色および緑色の領域)

R_A が時刻 $IB + R$ で領域 Y に存在する場合, T_C に対して R_A が C に到達するまでに少なくとも R の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

R_A が時刻 $IB + R$ で領域 G に存在する場合, T_B に対して R_A が B に到達するまでに少なくとも R の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

(1), (2), (3) より, T_C で C が最後に探索される場合, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

< T_A で A が最後に探索されるアルゴリズムの場合>

t_C を C が最初に探索された時刻とする.

$t_C \geq IB + 2R - AC$ の場合, R_C が出口に向かうのに少なくとも AC 必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

次に, $t_C < IB + 2R - AC$ の場合を考える. このとき, 時刻 t_C までに R_C が B の情報を得ることができない事を背理法によって示す.

時刻 t_C で R_C が B の情報を得ていると仮定する. また, 時刻 t_{MB} を R_C が地

点 M_B で B の情報を得た時刻とする．このとき， B は R_B によって探索されている必要があり， B を探索するまでに少なくとも IB の時間が必要である．さらに， B の情報が地点 M_B に到達するまでに少なくとも BM_B の時間が必要である．よって，式 (3.2.23) が成立する．

$$t_{MB} \geq IB + BM_B \quad (3.2.23)$$

地点 M_B で B の情報を得た R_C は，その後 C を探索するので，式 (3.2.24) が成立する．

$$t_C \geq t_{MB} + CM_B \geq IB + BC \quad (3.2.24)$$

しかし，これは $t_C < IB + 2R - AC$ に矛盾する．

$$\left(\begin{array}{l} (IB + BC) - (IB + 2R - AC) = (AC + BC) - 2R > 0 \\ (O \text{ が } T \text{ の内部の点より}) \end{array} \right)$$

以上より，時刻 $t_C < IB + 2R - AC$ までに R_C は B の情報を得ることはできない． A は最後に探索されるため， R_C が他の頂点の情報を得る場合は時刻 t_C 以降となる．以降では，時刻 $IB + R$ の時点で R_C が他の頂点の情報を得ているかどうかによって次の三つの場合を考える．

- ・ R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し， A の情報を得る場合
- ・ R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し， R_C が B の情報を得る場合
- ・ R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し，時刻 $IB + R$ で R_C が A および B の情報を得ていない場合

(a) R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し， A の情報を得る場合

R_C が A の情報を得る時刻を t_{MA} とする． R_C の動作は時刻 t_{MA} まで A および B の情報を得ていないので T_A および T_B に対して同一である．以下では，避難領域が T_B の場合を考える．

時刻 $IB + R$ のときを考える．このとき， A の情報が届く範囲は $\text{Cir}(A, IB + R - IA)$ に含まれる．また， R_C の存在する範囲は $\text{Cir}(C, R)$ に含まれる． R_C が

時刻 $IB + R$ までに A の情報を得ていることから時刻 $IB + R$ で式 (3.2.25) が成立する.

$$\text{loc}(R_C, IB + R) \in \text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R) \quad (3.2.25)$$

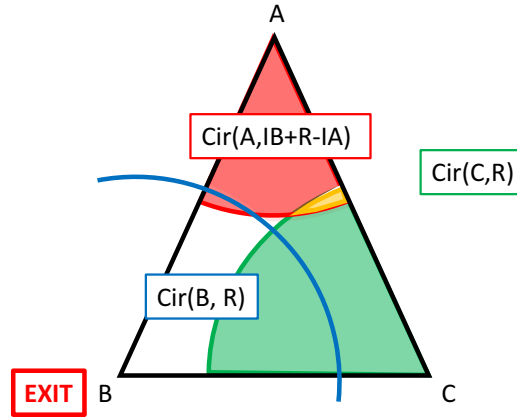


図 3.11 $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(B, R)$ を満たす領域 (黄色の領域)

$IB + R - IA \leq R$ であるので, $\text{Cir}(A, IB + R - IA) \cap \text{Cir}(C, R)$ の領域から B までの距離は R 以上となる (図 3.11). よって, 式 (3.2.26) が成立する.

$$ET_{\mathcal{A}}^*(T) \geq IB + 2R \quad (3.2.26)$$

(b) R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し, B の情報を得る場合

時刻 $IB + R$ のときを考える. このとき, B の情報が届く範囲は $\text{Cir}(B, R)$ に含まれる. また, R_C の存在する範囲は $\text{Cir}(C, R)$ に含まれる. R_C が時刻 $IB + R$ までに B の情報を得ていることから式 (3.2.27) が成立する.

$$\text{loc}(R_C, IB + R) \in \text{Cir}(B, R) \cap \text{Cir}(C, R) \quad (3.2.27)$$

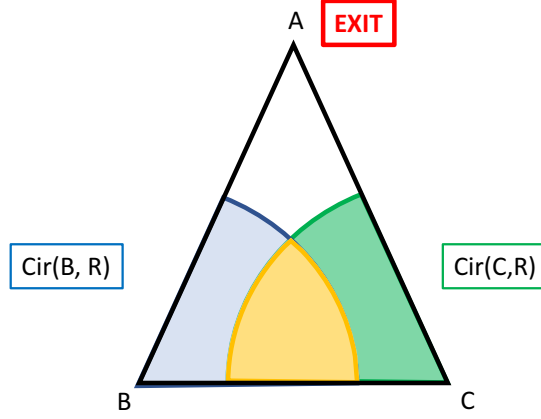


図 3.12 $\text{Cir}(B, R) \cap \text{Cir}(C, R)$ を満たす領域 (黄色の領域)

T の外心は $\text{Cir}(B, R) \cap \text{Cir}(C, R)$ の交点である．このため， $\text{Cir}(B, R) \cap \text{Cir}(C, R)$ の領域から A までの距離は R 以上となる（図 3.12）．よって，式 (3.2.28) が成立する．

$$ET_A^*(T) \geq IB + 2R \quad (3.2.28)$$

(c) R_C が時刻 $IB + R$ までに C を探索し，時刻 $IB + R$ で A および B の情報を得ていない場合

時刻 $IB + R$ で R_C が A および B の情報を得ていない場合を考える．時刻 $IB + R$ で R_C の存在する範囲は $\text{Cir}(C, R)$ である．

時刻 $IB + R$ で他の情報を得てないので， T_A および T_B に対して R_C の動作は同一である．ここで， $\text{Cir}\{C, R\}$ の境界線と線分 AB との交点を X_1 ，線分 BC との交点を X_2 ， T の外心を O と表す． R_C が線分 CX_1 ， CO および弧 X_1O で囲まれた周上を含む領域 Y （図 3.13:黄色の領域）に含まれる場合と線分 CX_2 ， CO および弧 X_2O で囲まれた周上を含む領域 G （図 3.13:緑色の領域）に含まれる場合をそれぞれ考える．

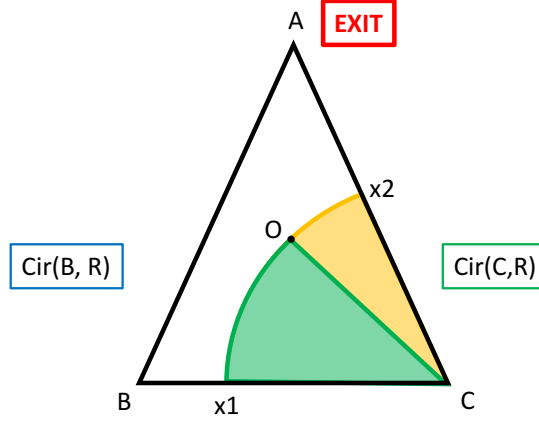


図 3.13 O は外心, 時刻 $IB + R$ で R_C の存在する領域 (黄色および緑色の領域)

R_C が時刻 $IB + R$ で領域 G に含まれる場合, T_A に対して R_C が A に到達するまでに少なくとも R の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

R_C が時刻 $IB + R$ で領域 Y に含まれる場合, T_B に対して R_C が B に到達するまでに少なくとも R の時間が必要であるので, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

(a), (b), (c) より, 避難領域が T_A で A が最後に探索される場合, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

よって, $ET_A^*(T) \geq IB + 2R$ が成立する.

□

補題 1, 2, 3 より次の定理 1 が成り立つ.

定理 1 $IA + AP = IB + BP$ を満たす動点 P の軌跡と AC の垂直二等分線の交点を M とする. M が BC 上となる θ を α とするとき, 以下が成立する.

$$\begin{aligned} 0 < \theta \leq \alpha \text{ のとき, } ET_A^*(T) &\geq IB + 1 \\ \alpha < \theta < \pi/3 \text{ のとき, } ET_A^*(T) &\geq IB + BM + AM \\ \pi/3 \leq \theta < \pi/2 \text{ のとき, } ET_A^*(T) &\geq IB + 2R \end{aligned}$$

第 4 章 避難アルゴリズム

本章では、二つのアルゴリズムを提案し、その避難時間の上界をそれぞれ与える。この章でも同様に、 T は二等辺三角形、 L は T の周の長さ、 k は探索に用いるロボットの総数を表す。

4.1 節で、出口が周上に一つ存在する場合に対する避難アルゴリズムを提案する。

4.2 節で、 $k \geq 2$ で出口が頂点のいずれか一つに存在する場合に対する避難アルゴリズムを提案する。ここでは、全てのロボットが探索開始時に出口が頂点のいずれかにあることを知っているとする。

4.1 出口が周上に一つ存在する場合に対する避難アルゴリズム

4.1.1 アルゴリズムの動作

まず、 T_x の周を長さ L/k の k 個の区間に等分する。次に、この k 個の区間を k 体のロボットに重複がないように周上の探索区間として割り当てる。各ロボットは、まず自身の探索区間の端点に移動し、探索区間上のもう一方の端点まで移動することで探索区間の探索を終える。その後、 $0 < \theta \leq \pi/4$ の場合は BC の中点、 $\pi/4 < \theta < \pi/2$ の場合は外心 O に移動し、全てのロボットの集合を待ってから全てのロボットと情報交換を行う。これにより各ロボットは出口の場所を決定することができる。出口の場所を決定した後、全てのロボットが出口に移動することで避難を完了することができる。

4.1.2 避難時間

ここでは、4.1.1 で述べたアルゴリズムの避難時間を与える。まず、周上の探索区間に移動するまでの時間は高々 $\max\{IA, IB\}$ である。次に、周上の探索区間を時間 L/k かけて探索し、情報交換地点 X に移動する。 X は $0 < \theta \leq \pi/4$, $\pi/4 < \theta < \pi/2$ の場合で異なるので、それぞれの場合を考える。

$0 < \theta \leq \pi/4$ の場合、 X は BC の中点である。よって、周上の探索区間の探索が終わった後、 $1/2$ 移動することで X に移動することができる。また、 X で出口

の場所を決定した後も $1/2$ 移動することで出口の場所によらず避難することができる．よって、 $0 < \theta \leq \pi/4$ の場合の避難時間は高々 $IB + L/k + 1$ である．

次に $\pi/4 < \theta < \pi/2$ の場合を考える． X が T_x の外心 O であるため、距離 R (外接円の半径) 移動することで X に到達できる． X で出口の場所を決定した後、 R 移動することで出口の場所によらず避難することができる．よって、 $\pi/4 < \theta < \pi/2$ の場合の避難時間は高々 $\max\{IA, IB\} + L/k + 2R$ である．

定理 2 出口が周上に一つ存在する場合、4.1.1 節の避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は、以下の通りである．

$$\begin{aligned} 0 < \theta \leq \pi/4 \text{ の場合は, } IB + L/k + 1 \\ \pi/4 < \theta < \pi/2 \text{ の場合は, } \max\{IA, IB\} + L/k + 2R \end{aligned}$$

図 4.1 は、定理 1, 2 で得られた結果 (θ と避難時間の関係) を表す． θ が大きくなると、同様に L も大きくなる． L が大きいほど避難時間は大きくなるので、図 4.1 の縦軸は避難時間率 (=避難時間/ L) とした．また、横軸は θ とする．

図 4.1 で、青色の線は定理 1 で示した下界を表す．次に、定理 2 で $k \rightarrow \infty$ とすることで $L/k \rightarrow 0$ となるので避難時間の上界は、 $0 < \theta \leq \pi/4$ の場合は $IB+1$ 、 $\pi/4 < \theta < \pi/2$ の場合は $\max\{IA, IB\}+2R$ にそれぞれ漸近する．紫色の点線は、出口が周上に一つ存在する場合に対する避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界が漸近する値を表す．

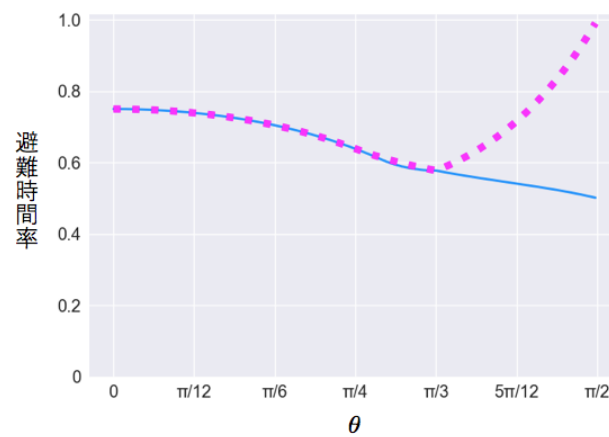


図 4.1 下界と提案アルゴリズムで得られる避難時間の上界

次に、 $k \geq L/IB$ のとき 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は、3 章で示した下界の 2 倍以下になることを示す。3 章で示した下界は $0 < \theta \leq \alpha$, $\alpha < \theta < \pi/3$, $\pi/3 \leq \theta$ の場合でそれぞれ異なった式で表される。また、4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は、 $0 < \theta \leq \pi/4$, $\pi/4 < \theta$ の場合でそれぞれ異なった式で表される。これと、 $\pi/4 < \alpha < \pi/3$ であることから、 $0 < \theta \leq \pi/4$, $\pi/4 < \theta \leq \alpha$, $\alpha < \theta < \pi/3$, $\pi/3 \leq \theta$ の 4 つの場合を考える。

(1) $0 < \theta \leq \pi/4$ の場合

このとき 3 章で示した下界、および 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界はそれぞれ $IB + 1$, $IB + L/k + 1$ である。

$$2(IB + 1) - (IB + L/k + 1) = IB + 1 - L/k > 0$$

よって、 $0 < \theta \leq \pi/4$ の場合 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は 3 章で示した下界の 2 倍以下である。

(2) $\pi/4 < \theta \leq \alpha$ の場合

このとき 3 章で示した下界、および 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界はそれぞれ $IB + 1$, $IB + L/k + 2R$ である ($\max\{IA, IB\} = IB$)。

$$2(IB + 1) - (IB + L/k + 2R) = (IB - L/k) + 2(1 - R) > 0$$

よって、 $\pi/4 < \theta \leq \alpha$ の場合 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は 3 章で示した下界の 2 倍以下である。

(3) $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合

このとき 3 章で示した下界、および 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界はそれぞれ $IB + BM + AM$, $IB + L/k + 2R$ である ($\max\{IA, IB\} = IB$)。

$$\begin{aligned} 2(IB + BM + AM) - (IB + L/k + 2R) &= (IB - L/k) + 2(BM + AM - R) \\ &> (IB - L/k) + 2(AB - R) > 0 \end{aligned}$$

よって、 $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は 3 章で示した下界の 2 倍以下である。

(4) $\pi/3 \leq \theta$ の場合

このとき 3 章で示した下界, および 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界はそれぞれ $IB+2R$, $IA+L/k+2R$ である ($\max\{IA, IB\} = IA$).

$$2(IB + 2R) - (IA + L/k + 2R) = IB + (IB - L/k) + (2R - IA) > 0$$

よって, $\pi/3 \leq \theta$ の場合 4.1.1 節で述べた避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は 3 章で示した下界の 2 倍以下である.

(1)(2)(3)(4) より, この避難アルゴリズムは $k \geq L/IB$ のとき, 3 章で示した下界に対して高々 2 倍の避難時間を実現する.

4.2 出口が頂点のいずれか一つに存在する場合に対する避難アルゴリズム

本節では, 出口が頂点 A, B, C のいずれかである場合に限定し, 各ロボットは出口が頂点 A, B, C のいずれかにあることを知っているものとする. $IA + AQ = IB + BQ$ を満たす動点 Q の軌跡と AC の垂直二等分線の交点を M とする. また, M が BC 上に存在する時の θ を α と定める.

4.2.1 アルゴリズムの動作

本節では $k \geq 2$ を仮定する. まずはじめに, $k=2$ の場合で動作するアルゴリズムを示す. その後, $k > 2$ の場合に対しても動作するようにアルゴリズムを拡張する.

二体のロボットをそれぞれ R_1, R_2 とし, $k=2$ の場合のアルゴリズムの動作を示す.

(1) $0 < \theta \leq \alpha$ の場合

はじめに, R_1 は頂点 A を探索する (図 4.2 で赤色の線に沿って). R_2 は頂点 B を探索する. R_1, R_2 はそれぞれ割り振られた頂点を探索した後, BC 上の $IA + AP = IB + BP$ を満たす地点 P で互いの情報を交換する. (図 4.2 で R_1 は赤色の線に, R_2 は緑色の線に沿って P まで移動する) A または B が出口である場合, その情報を元に出口の場所を決定することができる. A も B も出口でない場合は, 頂点のいずれかが出口であることから各ロボットは C を出口として決定で

き、避難することができる。(図 4.2 は C が出口であり, R_1, R_2 は P で出口の場所を決定した後, 黄色の線に沿って C まで共に移動し, 避難を完了する.)

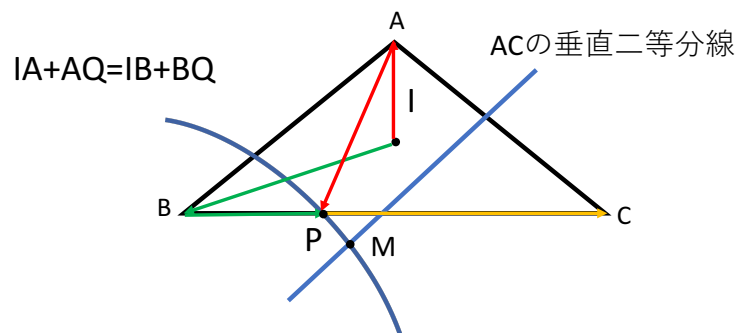


図 4.2 出口が C で $0 < \theta < \alpha$ における R_1 及び R_2 の動作

(2) $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合

はじめに、 R_1 は頂点 A を探索する。 R_2 は頂点 B を探索する。 R_1, R_2 はそれぞれ割り振られた頂点を探索した後、地点 M で互いの情報を交換する。(図 4.3 で R_1 は赤色の線に、 R_2 は緑色の線に沿って M まで移動する) A または B が出口である場合、その情報を元に出口の場所を決定することができる。 A も B も出口でない場合は、頂点のいずれかが出口であることから各ロボットは C を出口として決定でき、避難することができる。(図 4.3 は C が出口であり、 R_1, R_2 は M で出口の場所を決定した後、黄色の線に沿って C まで共に移動し、避難を完了する。)

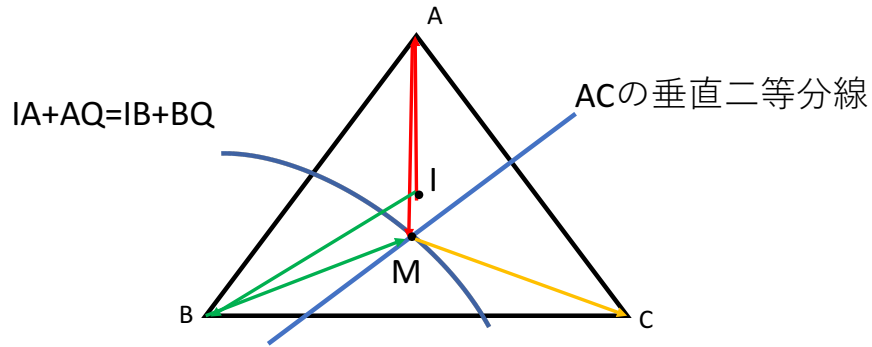


図 4.3 出口が C で $\alpha \leq \theta < \pi/3$ における R_1 及び R_2 の動作

(3) $\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ の場合

$\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ の場合の動作を示す．はじめに， R_1 は頂点 B を探索する． R_2 は頂点 C を探索する． R_1, R_2 はそれぞれ割り振られた頂点を探索した後， T_x の外心 O で互いの情報を交換する．（図 4.4 で R_1 は赤色の線に， R_2 は緑色の線に沿って O まで移動する） B または C が出口である場合，その情報を元に出口を決定することができる． B も C も出口でない場合は，頂点のいずれかが出口であることから各ロボットは A を出口として決定でき，避難することができる．（図 4.4 は A が出口であり， R_1, R_2 は O で出口の場所を決定した後，黄色の線に沿って A まで共に移動し，避難を完了する．）

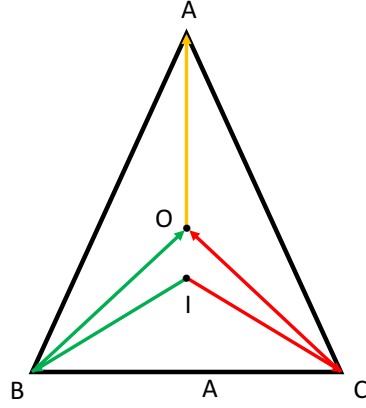


図 4.4 出口が A で $\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ における R_1 及び R_2 の動作

次に $k > 2$ の場合に対しても動作するようにこのアルゴリズムを拡張する．二体のロボットを選び，これらをそれぞれ R'_1 , R'_2 とする． R'_1 の動作を R_1 の動作に， R'_2 の動作を R_2 の動作に対応付ける． R'_1 , R'_2 以外のロボットは，まず最初に情報交換地点に移動し， R'_1 , R'_2 の到着を待つ． R'_1 , R'_2 の到着後，全てのロボットで情報交換することで全てのロボットが出口の位置を決定することができ，避難を完了することができる．これにより $k > 2$ の場合に対しても同様に避難を行うことができる．

4.2.2 避難時間

ここでは 4.2.1 節で述べた頂点探索アルゴリズムの避難時間を与える．

(1) $0 < \theta \leq \alpha$ の場合

A を探索したロボットと B を探索したロボットは BC 上の $IA + AP = IB + BP$ を満たす地点 P で出会うまでに， $IB + BP$ の時間が必要である．また， $\theta \leq \alpha$ ($<$

$\pi/3$) より $IA < IB$ であるので, $BP < AP$ が成立する. ここで, AC の垂直二等分線と BC の交点を M' とする. M が T の外部に存在するため P は線分 BM' 上に存在する. このことから, $AP \leq CP$ が成立する (P は AC の垂直二等分線に対して A 側に存在するため). よって, $0 < \theta \leq \alpha$ の場合の避難時間の上界は $IB + BP + CP = IB + 1$ となる.

(2) $\alpha < \theta < \pi/3$ の場合

A を探索したロボットと B を探索したロボットは AC の垂直二等分線上の $IA + AM = IB + BM$ を満たす地点 M で出会うまでに $IB + BM$ の時間が必要である. $\alpha \leq \theta < \pi/3$ であるので, $IA < IB$ より $AM > BM$ が成り立つ. また, M が AC の垂直二等分線上の点であることより $AM = CM$ が成立する. よって, $\alpha \leq \theta < \pi/3$ の場合の避難時間の上界は $IB + BM + AM$ となる.

(3) $\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ の場合

B を探索したロボットと C を探索したロボットが O で出会うまでに, $IB + R$ の時間が必要である. O から各頂点までの距離は R なので, 出口がどの頂点であっても出口に移動するまでに R の時間が必要である. よって, $\pi/3 \leq \theta < \pi/2$ の場合の避難時間の上界は $IB + 2R$ となる.

定理 3 出口が頂点のいずれか一つに存在する場合，4.2.1 節の避難アルゴリズムで得られる避難時間の上界は，以下の通りである．ただし， α は $IA + AQ = IB + BQ$ を満たす Q の軌跡と AC の垂直二等分線の交点が BC 上となる θ とする．

$$\begin{aligned} 0 < \theta \leq \alpha & \text{ の場合は, } IB + 1 \\ \alpha < \theta < \pi/3 & \text{ の場合は, } IA + 2AM \\ \pi/3 \leq \theta < \pi/2 & \text{ の場合は, } IB + 2R \end{aligned}$$

また，ここで得られた結果は定理 1 で得られた結果と一致する．よって，4.2.1 節の避難アルゴリズムは最適避難アルゴリズムである．

第 5 章 まとめ

本論文では，対面通信可能な移動ロボット群を二等辺三角形から避難させる避難問題を扱った．まず，任意のアルゴリズムで必要となる避難時間の下界を示した．その後，出口が周上に一つ存在する場合に対する避難アルゴリズムを提案した．さらに，出口が頂点のいずれか一つに存在し，頂点のいずれか一つが出口であることをロボットが知っている場合の避難アルゴリズムを提案した．

出口が周上に一つ存在する場合の避難アルゴリズムは，探索に用いるロボットが十分多い場合に，示した下界に対して高々 2 倍の避難時間を実現する．また，出口が頂点のいずれか一つに存在する場合の避難アルゴリズムは，示した下界と一致する避難時間の上界を有する．このため，出口が頂点のいずれか一つに存在する場合の避難アルゴリズムは，最適避難アルゴリズムである．

今後の課題として，避難領域が二等辺三角形で出口が周上にある場合の上界と下界が一致していないため，より良い上界を持つアルゴリズムの作成，および下界の改善が挙げられる．また，本論文では避難領域として二等辺三角形を扱ったが，他の図形を避難領域とした場合の避難時間の考察，避難アルゴリズムの提案などが挙げられる．

謝辞

本論文の執筆および本研究を進めるにあたり，多くの方にご指導，ご協力を頂き心より感謝申し上げます．

本研究に関して的確なご指導，ご鞭撻をいただきました主指導教員の井上美智子教授に心より厚く御礼を申し上げます．また，本研究だけでなく学生生活の面で数多くの貴重な経験をさせていただいたことに感謝の意を表します．本論文をご精読頂きました，副指導教員の笠原正治教授に心より感謝申し上げます．本研究を進めるにあたり，熱心なご指導，ご鞭撻をいただきました副指導教員の天下福仁准教授に心より感謝申し上げます．また，本研究において執筆した論文を何度も推敲していただき，明瞭な文章にさせていただいたことに重ね重ね心より感謝申し上げます．本研究を行うにあたり，ご支援，ご指導を頂きました新谷道広助教に心より感謝申し上げます．ディペンダブルシステム学研究室のスタッフの皆様，学生の皆様に，日頃より研究及び生活面等，様々な面において多大なご支援を頂いたことに心より感謝申し上げます．最後に，両親をはじめ，大学院生活を支えてくださったすべての方々に感謝の意を表します．

参考文献

- [1] 横尾真, 平山勝敏, “分散 breakout : 反復改善型分散制約充足アルゴリズム,” 情報処理学会論文誌, vol. 39, no. 6, pp. 1889–1897, 1998.
- [2] 萩原兼一, 増澤利光, “分散アルゴリズム,” 情報処理, vol. 31, no. 9, pp. 1245–1256, 1990.
- [3] 萩原兼一, “フォールトトレラント分散システム向けアルゴリズム: 1. フォールトトレラント分散システム向けアルゴリズム概論,” 情報処理, vol. 34, no. 11, pp. 1336–1340, 1993.
- [4] D. Pattanayak, H. Ramesh, P. S. Mandal, and S. Schmid, “Evacuating two robots from two unknown exits on the perimeter of a disk with wireless communication,” in *Proceedings of the 19th International Conference on Distributed Computing and Networking*. Association for Computing Machinery, 2018, p. 20.
- [5] S. Brandt, F. Laufenberg, Y. Lv, D. Stolz, and R. Wattenhofer, “Collaboration without communication: Evacuating two robots from a disk,” in *International Conference on Algorithms and Complexity*. Springer, 2017, pp. 104–115.
- [6] I. Lamprou, R. Martin, and S. Schewe, “Fast two-robot disk evacuation with wireless communication,” in *International Symposium on Distributed Computing*. Springer, 2016, pp. 1–15.
- [7] H. Chuangpishit, S. Mehrabi, L. Narayanan, and J. Opatrny, “Evacuating an equilateral triangle in the face-to-face mode,” in *21st International Conference on Principles of Distributed Systems (OPODIS 2017)*, 2018, p. 11.
- [8] A. Filippoupolitis and E. Gelenbe, “A distributed decision support system for building evacuation,” in *Human System Interactions, 2009. HSI’09. 2nd Conference on*. Ieee, 2009, pp. 323–330.
- [9] S. Brandt, K.-T. Foerster, B. Richner, and R. Wattenhofer, “Wireless evacuation on m rays with k searchers,” *Theoretical Computer Science*, 2018.

- [10] J. Czyzowicz, K. Georgiou, M. Godon, E. Kranakis, D. Krizanc, W. Rytter, and M. Włodarczyk, “Evacuation from a disc in the presence of a faulty robot,” in *International Colloquium on Structural Information and Communication Complexity*. Springer, 2017, pp. 158–173.

発表リスト

- [1] 藤谷拓矢, 大下福仁, 井上美智子, 対面通信可能な移動ロボット群の二等辺三角形からの避難, 第14回情報科学ワークショップ, Sep, 2018.