

NAIST-IS-MT1651104

修士論文

単一散乱による偏光状態の変化を利用した 物体法線の推定

宮田 明裕

2018 年 3 月 15 日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
修士(工学) 授与の要件として提出した修士論文である.

宮田 明裕

審査委員：

向川 康博 教授	(主指導教員)
加藤 博一 教授	(副指導教員)
舩富 卓哉 准教授	(副指導教員)
田中 賢一郎 助教	(副指導教員)
久保 尋之 助教	(副指導教員)

単一散乱による偏光状態の変化を利用した 物体法線の推定*

宮田 明裕

内容梗概

コンピュータビジョン分野では、カメラの撮影情報から物体の形状を推定する研究が数多く行われている。その中でも半透明物体と呼ばれる、入射光を散乱させる性質を持つ物体の形状を推定する研究は困難とされてきた。これに対して従来研究では散乱現象に対して頑健な形状計測が行われてきたが、本研究では光の屈折や散乱といった光学現象によって変化する偏光情報そのものを手掛かりとすることを考え、偏光板を通して偏光情報を観測することで形状推定する。半透明物体は入射光を散乱させ、光路が複雑となるため形状推定が困難であるが、ここでは簡単のため物体中での散乱回数が1回のみという仮定を置くことで光路を確定させる。このときの単一散乱と屈折現象による偏光状態変化をモデル化することで表面法線を推定する手法を提案し、合成データと実際の半透明物体に対して法線推定が可能かどうか検討する。

キーワード

半透明物体, 形状計測, 単一散乱, 偏光

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 修士論文, NAIST-IS-MT1651104, 2018 年 3 月 15 日.

Normal Estimation of a Translucent Object from Polarization States by Single Scattering*

Akihiro Miyata

Abstract

In computer vision field, many researchers work on 3D shape reconstruction from images. However, the problem of estimating 3D shape of translucent objects is difficult because they scatter incident light. While conventional researches reconstruct 3D shape robustly to scattering, in our research we use polarization that can be changed due to optical phenomena such as refraction and scattering and try to estimate shape from polarization cue, which is observed through a polarizer. Although translucent objects scatter incident light many times, we assume single scattering for simplicity and model scattering and refraction with respect to polarization states. We consider whether the proposed method can estimate the normal using synthetic data and also try normal estimation on real experiments.

Keywords:

Translucent object, Shape reconstruction, Single scattering, Polarization

*Master's Thesis, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-MT1651104, March 15, 2018.

目次

1. はじめに	2
2. 関連研究	3
3. 偏光と散乱	5
3.1 偏光	5
3.1.1 偏光状態	5
3.1.2 偏光状態の観測	5
3.1.3 偏光状態の変化	9
3.2 散乱	12
3.2.1 単一散乱と多重散乱	12
3.2.2 散乱による偏光状態の変化	13
4. 提案手法	14
4.1 問題設定	14
4.2 計測環境	14
4.3 偏光レイトレーシング	14
4.4 法線推定	17
5. 合成データおよび実データを用いた実験	19
5.1 偏光レイトレーシングの実装	19
5.2 合成データを用いた法線推定(ノイズなし)	22
5.3 実データを用いた法線推定	26
5.4 モデルと実測の比較	27
5.5 合成データを用いた法線推定(ノイズあり)	31
6. まとめ	35
付録	36
謝辞	38

図 目 次

1	完全偏光	6
2	完全偏光の振動の軌跡	6
3	偏光板を用いた偏光の観測	7
4	偏光板を回転させたときの完全直線偏光の強度のプロファイル	7
5	偏光板を回転させたときの観測光強度のプロファイル	8
6	反射平面と強度反射率	10
7	局所座標	11
8	散乱方向による強度の違い	12
9	計測環境	15
10	計測設定	15
11	方位のパラメータ	16
12	法線の極座標表示	18
13	偏光レイトレーシングを検証するためのシミュレーション環境	19
14	入射角に対する強度反射率	20
15	偏光方向の疑似カラー表示	21
16	偏光度	21
17	入射角に対する偏光度のプロファイル	21
18	真値の法線マップ	22
19	初期値の法線マップ	22
20	推定される法線マップ	23
21	L2 上のアーティファクトが存在する画素における法線の方位角に 対する式 (29) の残差	24
22	2 入力の場合に推定される法線マップ	24
23	L2 上のアーティファクトが存在していた画素における法線の方位 角に対する式 (29) の残差	25
24	実験環境と撮影画像	26
25	実データとモデルにおける偏光方向のヒストグラム	28
26	実データとモデルにおける偏光度のヒストグラム	28

27	実データとモデルにおける偏光方向のヒストグラム	29
28	実データとモデルにおける偏光度のヒストグラム	29
29	法線推定結果の極座標表示	30
30	1 入力の場合の推定結果	31
31	2 入力の場合の推定結果	32
32	偏光方向の濃淡画像	32
33	L1 上の方位角に対する偏光方向	33
34	L2 上の方位角に対する偏光方向	33
35	図 33 に分散 1° のノイズを加えた偏光方向	34
36	各種パラメータ	37

1. はじめに

コンピュータビジョン分野における物体の形状計測技術は工場での製品検査などで用いられており，カメラに届く光の経路を利用して撮影画像から形状計測を行うものが多い．具体的には，異なる照明方向の情報を利用した照度差ステレオ法 [1]，多視点撮影を用いる方法 [2]，構造化光を用いる方法 [3, 4]，ToF(Time-of-Flight)カメラを用いる方法 [5] など多岐にわたる．

しかし，これらの手法は対象物体が不透明物体を仮定しており，透明物体や半透明物体といった屈折・散乱・吸収現象が起きる物体には適さない．透明物体は光を透過させる性質があるので，物体そのものの形状を捉えることは現在でも挑戦的な研究対象である．透明物体の形状計測手法を大別すると，グレイコードなどの幾何情報を利用するもの [6, 7] と偏光情報を利用するもの [8] がある．透明物体は光を屈折する性質を持つため後方の幾何情報と偏光情報が変化することを利用している．偏光情報は通常のカメラでは見えない情報を提供する有用な手掛かりである．一方で半透明物体は，物体に入射した光が物体内部を伝搬して出射する散乱現象を引き起こす物体であり，光路を乱す性質から高精度な形状計測が難しいとされている．この問題に対し，散乱現象に頑健な形状計測法 [9, 10] や散乱のモデル化を利用した研究 [11] が行われている．

本研究では特に半透明物体を対象とし，透明物体の形状計測でしばしば用いられる偏光と，散乱回数が1回のみという比較的単純な単一散乱モデルを組み合わせることでグレイコードなどの幾何情報を用いない半透明物体の形状計測を提案する．数ある半透明物体の形状計測手法の中で，散乱現象における偏光状態変化まで考慮した例はなく，本手法の有効性を調査する．

2. 関連研究

幾何情報を用いた形状計測 Tsai ら [12] は透明物体の形状が多面体であるという仮定を置くことで単一画素ごとに形状計測を実現している．この手法では，カメラから見て透明物体の後方に幾何情報の手掛かりとなるチェッカーパターンを置き，透明物体を置く場合と置かない場合の光路の変化を利用して形状計測を行っている．背面に幾何的な手掛かりとしてグレイコードを用いる手段は他の様々な研究においても利用されている [6, 7, 8]．

偏光情報を用いた形状計測 光の振動がある方向に偏っている光，およびその状態のことを偏光という．この偏光状態は反射や屈折といった光学現象によって変化することが電磁気学で知られており，このことを利用した形状推定手法が存在する．Ngo ら [13] は，異なる照明方向の情報を利用した照度差ステレオ法と偏光を利用した方法を組み合わせることで，二つの方法の強みを生かした正確な形状計測手法を提案している．宮崎ら [14] は光が透明物体内部で相互反射を繰り返すことまで考慮した形状計測手法を提案している．この手法ではカメラから見て背面を平面であると仮定しているが，反射に伴う偏光状態の変化をモデル化することで形状計測を可能にしている．Chen ら [9] は半透明物体表面での反射光と物体内部で散乱して出射される光では偏光の性質が異なることを利用して散乱光を除去しつつ，位相シフト法を利用することでロバストな形状計測を実現している．Cui ら [15] は拡散反射光と鏡面反射光の偏光状態変化をモデル化し，多視点カメラから得られる初期形状と偏光方向という偏光情報を組み合わせた最適化問題を解くことで対象物体の法線の方位角を求め，非ランバート面の物体についてもロバストに形状を推定している．また，光源を非偏光としているため屋外でも適用できる手法である．

散乱情報を用いた形状計測 Chen ら [9] は半透明物体における光の散乱を除去することで高精度に形状計測を行っているのに対して，Inoshita ら [11] は散乱そのものを手掛かりとして形状計測を試みている．散乱の回数が一回のみである単一散乱に着目し，単一散乱強度をモデル化することで強度情報から形状計測を行っ

ている．しかし半透明物体の形状計測結果にはアーティファクトが見られ，いまだ難しい問題である．

本研究の位置づけ 本研究では，半透明物体を対象にし，Inoshita ら [11] の単一散乱と強度情報という手掛かりに加え，偏光という手掛かりを組み合わせた形状計測を提案する．本論文では，簡単のため光路長に応じた光の減衰などは考慮せず，単一散乱による偏光状態の変化をモデル化することで，単一視点での物体表面の法線推定を試みる．

3. 偏光と散乱

本章では、偏光や散乱そのものについての基本原理や、次章の提案手法で利用する偏光状態の変化についての説明を数式を交えて行う。

3.1 偏光

3.1.1 偏光状態

光の伝搬方向 z 軸に垂直な xy 平面で電場が振動しているとき、この電場の振動方向ベクトルを x, y の成分に分解すると

$$\begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ |E_y| \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (1)$$

と書け、これを完全偏光という図 1. ここで $|E_x|, |E_y|$ はそれぞれ x, y 方向の電場の振幅とし、 ω は角周波数、 k は波数、 ϕ_x, ϕ_y はそれぞれ絶対位相を表すこととする。このとき ϕ_x, ϕ_y の位相差によって偏光の性質は変わり、以下のようなものがある。

- 直線偏光：位相差が $0^\circ, 180^\circ$ の場合
- 楕円偏光：位相差が $0^\circ, 180^\circ$ でない場合

直線偏光の場合、振動の軌跡は図 2(a) のようになり、楕円偏光の場合は図 2(b) のような軌跡となる。

3.1.2 偏光状態の観測

直線偏光を観測するには直線偏光板が必要とされ、楕円偏光の位相差を観測するには波長板が必要になるが、本研究では楕円偏光を利用しないため、以降では直線偏光についてのみ扱うこととし、直線偏光板を単に偏光板と呼ぶこととする。偏光板には方向があり、光を偏光板に通すと偏光板の方向の成分のみ通過する。特に光が完全直線偏光である図 3 のような場合を考え、振動面である xy 平面に

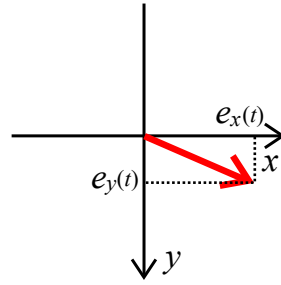


図 1 完全偏光

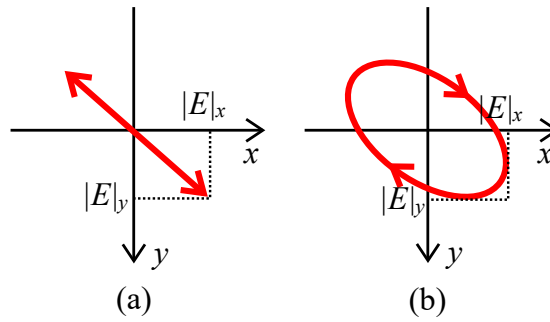


図 2 完全偏光の振動の軌跡

において, x 軸を基準とした光の偏光方向を ψ_0 , 偏光板の方向を ψ とする. 偏光方向 ψ_0 と偏光板の方向 ψ が等しいとき完全に光を通過させ, 90° の位相差を持つときは光を通過させない. このときの偏光板の回転角に対する強度プロファイルを図示したものが図 4 である.

ここまでは完全偏光を扱ってきたが, 完全に偏光しておらず, 図 5 のようにオフセットがある偏光状態を部分偏光という. このときの偏光板の回転角に対する強度プロファイルは, 偏光板の回転角 ψ , 最大強度 I_{max} , 最小強度 I_{min} , 最大強度を与える偏光板の角度 ψ_0 (偏光方向と呼ぶこととする) を用いて以下のように表される.

$$I(\psi) = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos(2\psi - 2\psi_0) \quad (2)$$

ここで, 光の偏光状態をストークスベクトルという四次元ベクトル $\mathbf{s}$ を用いて表す [16].

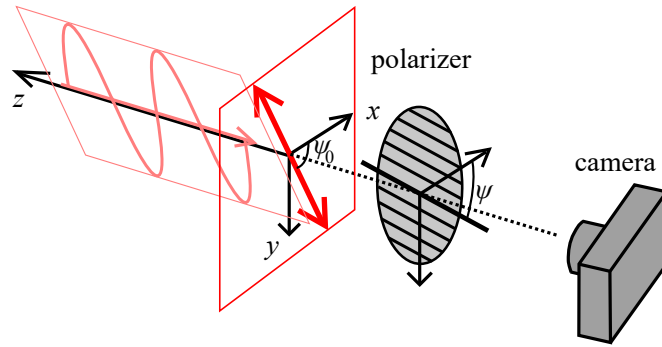


図 3 偏光板を用いた偏光の観測

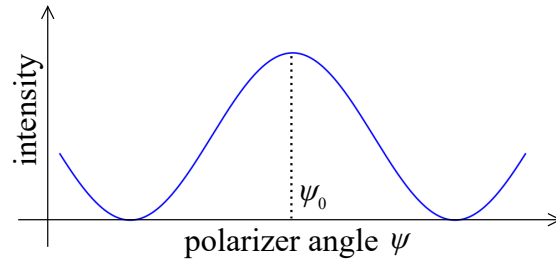


図 4 偏光板を回転させたときの完全直線偏光の強度のプロファイル

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ストークスペクトルの各成分には以下のような性質がある。

- s_0 : 光の強度を表す
- s_1, s_2 : 偏光の方向を表す
- s_3 : 楕円偏光を表す

ストークスペクトルは楕円偏光を除外する場合, s_3 を除いた3次元のストークスペクトルで表される. カメラに入射する光のストークスペクトル $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & s_2 \end{bmatrix}^T$

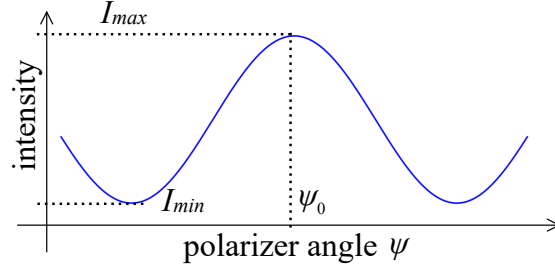


図 5 偏光板を回転させたときの観測光強度のプロファイル

は偏光板の作用を表す行列 M_{pol} により変化する [16]．この偏光状態の変化を表す行列のことをミュラー行列といい，偏光板を通したストークスベクトル $\mathbf{s}'$ は以下のように計算される (付録参照)．

$$\mathbf{s}' = M_{pol} \mathbf{s} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\psi & \sin 2\psi \\ \cos 2\psi & \cos^2 2\psi & \cos 2\psi \sin 2\psi \\ \sin 2\psi & \cos 2\psi \sin 2\psi & \sin^2 2\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式 (4) の偏光板を通したストークスベクトル $\mathbf{s}'$ の第 0 成分は式 (2) の強度と等しく，入射光のストークスベクトル $\mathbf{s}$ は

$$\begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{max} + I_{min} \\ (I_{max} - I_{min}) \cos 2\psi_0 \\ (I_{max} - I_{min}) \sin 2\psi_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

と書ける．ストークスベクトルが持つ情報のうち偏光の度合いを示すものを偏光度 ρ (degree of polarization) と呼び，以下のように定義される．

$$\rho = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{s_0} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (6)$$

$I' = I_{max} + I_{min}$ と置く．式 (5), 式 (6) より，ストークスベクトルが持つ情報は強度 I' ，偏光度 ρ ，偏光方向 ψ_0 で以下のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = I' \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \cos 2\psi_0 \\ \rho \sin 2\psi_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ストークスペクトルを取得するには、式 (5) の3つのパラメータ I_{max}, I_{min}, ψ_0 を観測する必要がある。これらは偏光板の角度を複数回変え強度を観測することで取得することができ、このことは観測強度から正弦曲線にフィッティングすることを意味する。偏光板の角度 $\psi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ に対する強度 $I(\psi_i)$ を観測すると、

$$\begin{bmatrix} 1 & \cos 2\psi_1 & \sin 2\psi_1 \\ 1 & \cos 2\psi_2 & \sin 2\psi_2 \\ \vdots & & \\ 1 & \cos 2\psi_n & \sin 2\psi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{I_{max}+I_{min}}{2} \\ \frac{I_{max}-I_{min}}{2} \cos 2\psi_0 \\ \frac{I_{max}-I_{min}}{2} \sin 2\psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(\psi_1) \\ I(\psi_2) \\ \vdots \\ I(\psi_n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

と $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の形で表され、最低 $n = 3$ (この場合は $\psi_i \neq \psi_j$ の必要がある) で $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \end{bmatrix}^\top$ を線形に解くことができる。 I_{max}, I_{min}, ψ_0 は $\mathbf{x}$ を用いて以下のように得られる。

$$\begin{aligned} I_{max} &= x_0 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ I_{min} &= x_0 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ \psi_0 &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1} \end{aligned} \quad (9)$$

3.1.3 偏光状態の変化

ここでは提案手法で利用する偏光状態変化を表すミューラー行列について説明する。また、反射や透過といった光学現象の際に起こる偏光状態の変化についても説明する。

偏光状態の変化は式 (4) に表される偏光板の作用によるものだけではなく、反射・屈折・散乱といった光学現象によっても変化する。例えば反射・屈折現象を起こす誘電体に着目する。電磁気学のフレネルの式によれば、誘電体に入射する光の方向ベクトルと反射・屈折する光の方向ベクトルが張る平面（反射平面・屈折平面と呼ぶ）に平行な方向と垂直な方向では光の反射率や透過率が異なる (図 14)。このとき、反射平面に平行な強度反射率 $R_{\parallel}$, 垂直な強度反射率 $R_{\perp}$, 屈折平面に平行な強度透過率 $T_{\parallel}$, 垂直な強度透過率 $T_{\perp}$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
R_{\parallel} &= \left(\frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i)} \right)^2, T_{\parallel} = \left(\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_t + \theta_i) \cos(\theta_t - \theta_i)} \right)^2, \\
R_{\perp} &= \left(\frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \right)^2, T_{\perp} = \left(\frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \right)^2
\end{aligned} \tag{10}$$

と表される [17]. ただし, θ_i, θ_t はそれぞれ入射角と屈折角を表し, 物体平面が光

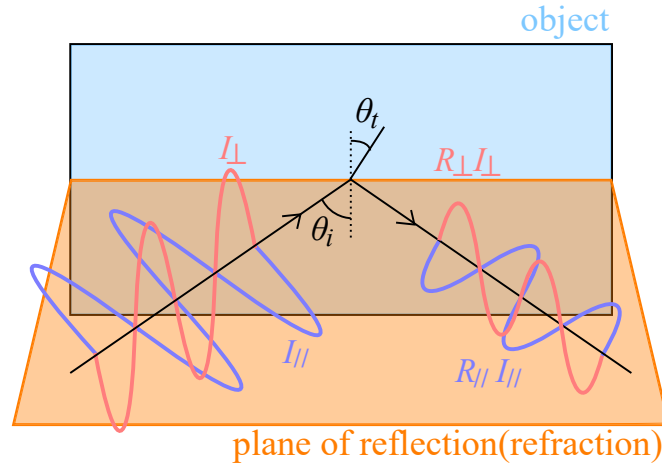


図 6 反射平面と強度反射率

学的に滑らかであるとして反射角は入射角に等しいと仮定している. 光の強度は反射平面に平行な成分 $I_{\parallel}$ と垂直な成分 $I_{\perp}$ のそれぞれに対して強度反射率 $R_{\parallel}, R_{\perp}$ が加かることで偏光状態が変化することが知られており, この偏光状態の変化はミューラー行列を用いて,

$$R = \begin{bmatrix} (R_{\parallel} + R_{\perp})/2 & (R_{\parallel} - R_{\perp})/2 & 0 \\ (R_{\parallel} - R_{\perp})/2 & (R_{\parallel} + R_{\perp})/2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{R_{\parallel} R_{\perp}} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$T = \begin{bmatrix} (T_{\parallel} + T_{\perp})/2 & (T_{\parallel} - T_{\perp})/2 & 0 \\ (T_{\parallel} - T_{\perp})/2 & (T_{\parallel} + T_{\perp})/2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{T_{\parallel} T_{\perp}} \end{bmatrix} \tag{12}$$

と表される (付録参照).

式 (10) はそれぞれ反射平面あるいは屈折平面における反射率や透過率であり, 式 (11), 式 (12) は反射平面あるいは屈折平面での局所座標 $x'y'z'$ (図 7) における偏光状態の変化を表す.

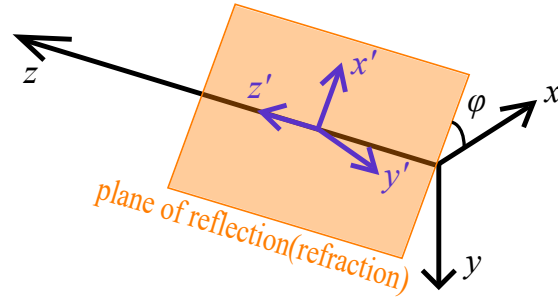


図 7 局所座標

ここで xyz 座標を基準とした場合, x 軸から ϕ 回転した軸と平行な平面で反射・屈折が起こる際のミューラー行列は, ストークスベクトルの s_1, s_2 で表される偏光方向を回転行列 $C(\phi)$ (回転ミューラー行列) を用いて, 以下のように座標変換される.

$$M_R = C(\phi)TC(-\phi) \quad (13)$$

$$M_T = C(\phi)RC(-\phi) \quad (14)$$

$$C(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\phi & \sin -2\phi \\ 0 & \sin 2\phi & \cos 2\phi \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 散乱

3.2.1 単一散乱と多重散乱

光が媒質中で粒子と衝突することによって生じる散乱現象は、対象とする媒質によっては散乱により光路を複雑化させる多重散乱という現象を起こすため、解析が難しいとされている。Mukaigawa ら [18] は高周波照明法というプロジェクトを用いたストライプパターンにより単一散乱と多重散乱を分離し、物体内部で起こる散乱を反射回数で分離している。Narasimhan ら [19] は半透明物体である液体を希釈することで単一散乱と見なして多様な物体の散乱特性を調査している。また Tsubota ら [20] は半透明物体内を進む光の波長や光路長による散乱特性をモデル化し、分光機器を用いて散乱特性の波長依存性を調べることで単一散乱と見なせる濃度領域を実験的に明らかにした。

単一散乱が生じる際、光は減衰されたり散乱方向によって強度に変化が生じたりする (図 8)。これは次のようにモデル化される。

$$I_{out} = pe^{-\sigma_t d} I_{in} \quad (16)$$

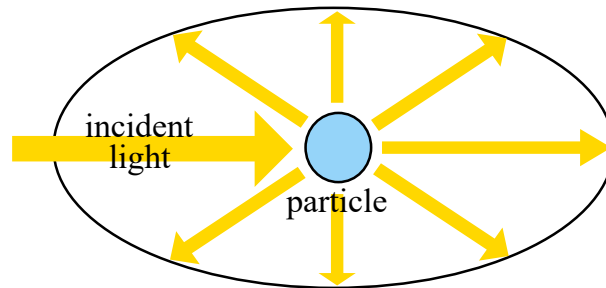


図 8 散乱方向による強度の違い

ここで、 σ_t は光の減衰を表す消滅係数、 d は媒質中の光路長、 p は光が粒子に衝突する際の散乱の偏りを表す位相関数である。位相関数には Henyey Greenstein 位相関数 (HG 関数) というモデルが広く知られており [21]、天体・霧・雲・炎・生体・人の肌など様々な場面で利用されている [22]。この位相関数は散乱パラメー

タ g と散乱角 θ を用いて以下の式で表される.

$$p(g, \theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} \quad (17)$$

他にも, 空の青さの原因などで知られるレイリー散乱を表す位相関数もあり, $p = p(\theta)$ として,

$$p(\theta) = 1 + \cos^2 \theta \quad (18)$$

で表される.

3.2.2 散乱による偏光状態の変化

3.1.3 節で述べた偏光状態の変化は散乱現象によっても生じる. 偏光状態は多重散乱を通して解消され非偏光になることが知られており, コンピュータビジョン分野で度々利用されている [15, 23, 24, 25].

一方で, 単一散乱によっても偏光状態が変化することが知られており, その変化を表すミュラー行列 S は散乱特性によって変化する.

$$S(\theta) = \begin{bmatrix} a(\theta) & b(\theta) & 0 \\ b(\theta) & a(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & c(\theta) \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで, $a(\theta), b(\theta), c(\theta)$ はレイリー散乱の場合,

$$a(\theta) = 1 + \cos^2 \theta \quad (20)$$

$$b(\theta) = -1 + \cos^2 \theta \quad (21)$$

$$c(\theta) = 2 \cos \theta \quad (22)$$

となることが知られている [26]. また, 3.1.3 節における反射・屈折の場合と同様 xyz 座標を基準とした場合, x 軸から ϕ 回転した軸と平行な平面で散乱が起こる際のミュラー行列は, $S(\theta)$ を回転ミュラー行列 $C(\phi)$ を用いて

$$M_S = C(\phi)S(\theta)C(-\phi) \quad (23)$$

と表される.

4. 提案手法

4.1 問題設定

本研究では、半透明物体を対象にして、単一散乱と偏光という二つの手掛かりを組み合わせることで、幾何情報を必要としない新しい形状計測を試みる．具体的には単一散乱による偏光状態の変化をモデル化することで、単一視点での物体表面の法線を推定する．

一方で、[18]では多重散乱を引き起こす半透明物体から単一散乱光を抽出する研究が行われているが、偏光状態の変化まで考慮されていないため、本研究においてそのまま適用することはできない．そこで本研究で対象とする半透明物体では、単一散乱が支配的であると知られている物体を利用する．簡単のため、対象物体の散乱特性や屈折率は既知であるとし、対象物体における吸収は無視し、単一波長で実験を行う (波長依存性は考慮しない)．

4.2 計測環境

計測環境は図 9 のように、半透明物体の側面から入射された光を偏光板を通してカメラで観測することを考える．ここで入射光は側面に対して垂直とする入射光が散乱と屈折を経て出射される光の偏光状態を観測することで法線を推定する．

4.3 偏光レイトレーシング

入射した光は散乱と屈折により偏光状態が変化する．この偏光状態の変化を追跡することを偏光レイトレーシング [14](付録参照) という．ここで図 10 のように各種パラメータを設定し、本研究の計測環境における偏光レイトレーシングのアルゴリズムを説明する．

まず、入射光・出射光の方向ベクトル $\mathbf{l}_{in}, \mathbf{v}$ 、屈折率 μ 、散乱特性を既知とし、 $\mathbf{n}, \mathbf{v}', \theta_t, \theta_s$ をそれぞれ法線ベクトル、散乱光の方向ベクトル、屈折角、散乱角と

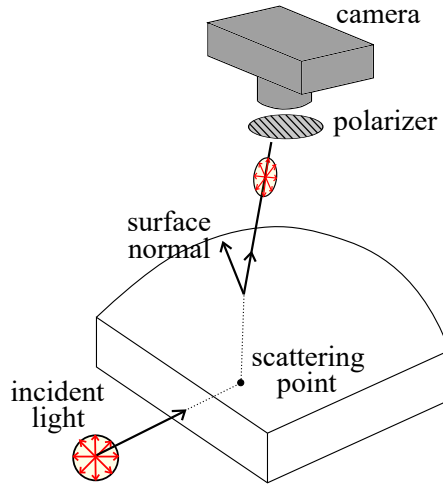


図 9 計測環境

する．また，方位のパラメータについては，図 11 に示すように，屈折平面とカメラ座標における xy 平面 (画像平面) との交線が x 軸となす角 ϕ_t とし，散乱平面とカメラ座標における xy 平面との交線が x 軸となす角 ϕ_s とする．また，入射光および出射光の偏光状態を s_{in}, s_{out} とし， s_{in} は任意の既知の値とする．

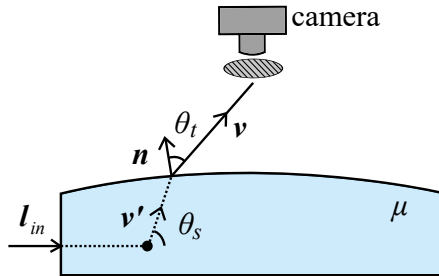


図 10 計測設定

以下の偏光レイトレーシングのアルゴリズムでは，光線方向ベクトルを単にレイと呼ぶこととする．

1. カメラから物体にレイ ($-v$) を飛ばし，レイと物体の交差判定を行う．
2. レイ ($-v$) と交点における法線 n から，スネルの法則 (屈折率を μ とする)

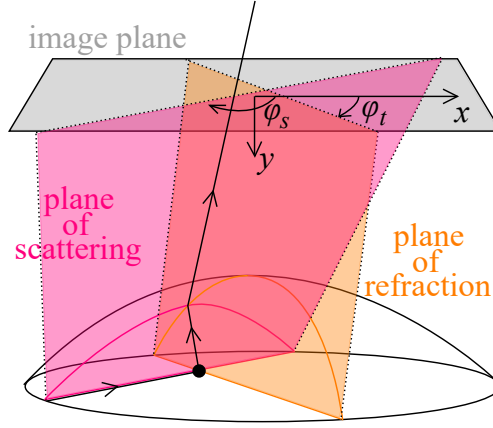


図 11 方位のパラメータ

により，屈折角 θ_t および散乱光のレイ $\mathbf{v}'$ を求める (θ_i は入射角)．

$$\begin{aligned}\theta_t &= \cos^{-1}(\mathbf{n}^\top \mathbf{v}) \\ \cos \theta_i &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t / \mu^2} \\ -\mathbf{v}' &= -\mathbf{v} / \mu + (\cos \theta_t / \mu - \cos \theta_i) \mathbf{n}\end{aligned}\tag{24}$$

次に散乱角 θ_s を求める．

$$\theta_s = \cos^{-1}(\mathbf{v}'^\top \mathbf{l}_{in})\tag{25}$$

3. 屈折平面の方位を表す角 ϕ_t を求める．

$$\phi_t = \tan^{-1}((\mathbf{n} \times \mathbf{v})_x / (\mathbf{n} \times \mathbf{v})_y)\tag{26}$$

ただし， $(\)_x, (\)_y$ はそれぞれベクトルの x, y 成分を表す．同様に，散乱平面の方位を表す角 ϕ_s を求める．

$$\phi_s = \tan^{-1}((\mathbf{v}' \times \mathbf{l}_{in})_x / (\mathbf{v}' \times \mathbf{l}_{in})_y)\tag{27}$$

4. 得られた θ_t と θ_i から式 (10) を用いて透過率 $T_{\parallel}, T_{\perp}$ を求め，式 (12) を用いて屈折平面におけるミューラー行列 $T(\theta_t)$ を求め，さらに式 (15) を用いてカメラ座標系におけるミューラー行列 $M_T(\theta_t, \phi_t) = C(\phi_t)T(\theta_t)C(-\phi_t)$ を求める．また，散乱についても θ_s から式 (19) を用いてミューラー行列 $S(\theta)$ を求め，式 (23) を用いてミューラー行列 $M_S(\theta_s, \phi_s) = C(\phi_s)S(\theta_s)C(-\phi_s)$ を求める．

5. 最後に，入射光の偏光状態 $\mathbf{s}_{in}$ に散乱と屈折のミューラー行列を掛けることで出射光の偏光状態 $\mathbf{s}_{out}$ を得る．つまり，

$$\mathbf{s}_{out} = M_T M_S \mathbf{s}_{in} \quad (28)$$

と表される．ただし，物体の側面に光が垂直に入射されるとき，屈折を表すミューラー行列が単位行列の定数倍となるため偏光状態の変化は起こらない．

4.4 法線推定

式 (28) における M_T および M_S を計算するには，光の屈折角 θ_t や散乱角 θ_s などが必要とされ，これらは法線 $\mathbf{n}$ に依存するので， $\mathbf{s}_{out}(\mathbf{n})$ と表す．このことから，法線を推定する問題は，実際に観測される偏光状態 $\mathbf{s}_{obs}$ と $\mathbf{s}_{out}(\mathbf{n})$ の誤差を最小にする問題として捉えることができ，以下のように表される．

$$\hat{\mathbf{n}} = \underset{\mathbf{n}}{\operatorname{argmin}} \left| \frac{\mathbf{s}_{obs}}{|\mathbf{s}_{obs}|} - \frac{\mathbf{s}_{out}(\mathbf{n})}{|\mathbf{s}_{out}(\mathbf{n})|} \right| \quad (29)$$

ここで， $\mathbf{s}_{obs}$ と $\mathbf{s}_{out}(\mathbf{n})$ をそれぞれ正規化しているのは観測モデルにおいて光の吸収などによる減衰を考慮していないため，スケール情報を持たないためである．

透明物体の形状計測で幾何学的な手掛かりとして，カメラから見て物体の後方にチェッカーボードやグレイコードを表示するディスプレイを置く手法 [6, 7, 8, 12] があるが，本研究ではカメラからの奥行きを推定するのではなく，法線を推定するに留めるため焦点距離などのカメラパラメータと入射光の方向以外に幾何学的な手掛かりを必要としない．

ここで，法線を図 12 のように極座標表示し方位角 $\phi_{\mathbf{n}}$ と天頂角 $\theta_{\mathbf{n}}$ として捉えるとき，法線の方位角については，偏光に関する様々な研究において，法線の方位角を一意に推定できない曖昧性が存在することが報告されており，複数視点からの情報を用いて曖昧性を回避したり [27, 28]，照度差ステレオ法を利用する [13] などが試みられている．単一視点での曖昧性回避には，何らかの制約を追加する必要がある

そこで，入射光・出射光の偏光状態による制約を増やすことを考える．具体的には入射光の偏光状態 $\mathbf{s}_{in}^j$ に対する出射光の偏光状態を $\mathbf{s}_{out}^j(\mathbf{n})$ ，観測光の偏光状

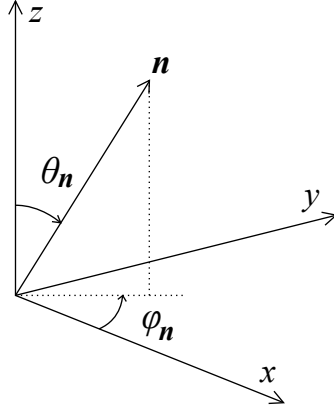


図 12 法線の極座標表示

態を $\mathbf{s}_{obs}^j (j = 0, 1, \dots, N)$ とするとき，法線推定の式は

$$\hat{\mathbf{n}} = \underset{\mathbf{n}}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{s}_{obs}^0}{|\mathbf{s}_{obs}^0|} - \frac{\mathbf{s}_{out}^0(\mathbf{n})}{|\mathbf{s}_{out}^0(\mathbf{n})|} \\ \frac{\mathbf{s}_{obs}^1}{|\mathbf{s}_{obs}^1|} - \frac{\mathbf{s}_{out}^1(\mathbf{n})}{|\mathbf{s}_{out}^1(\mathbf{n})|} \\ \vdots \\ \frac{\mathbf{s}_{obs}^N}{|\mathbf{s}_{obs}^N|} - \frac{\mathbf{s}_{out}^N(\mathbf{n})}{|\mathbf{s}_{out}^N(\mathbf{n})|} \end{bmatrix} \right\| \quad (30)$$

と書き表すことができ，曖昧性を解消することが可能である．このことは5.2節の合成データを用いたシミュレーションで定量的に示す．

5. 合成データおよび実データを用いた実験

5.1 偏光レイトレーシングの実装

広く知られている幾何的なレイトレーシングと異なり，偏光レイトレーシングのツールやライブラリは普及していない．そこで偏光レイトレーシングの実装を行い，簡単な例で実装結果の妥当性を示す．図 13 のように，カメラに届く光が全て鏡面反射をする場合を考え，対象物体を球とする．鏡面反射をした光は偏光の性質を持つことが知られており，海面で反射した太陽光をサングラスでカットできるのはこの性質を利用している．

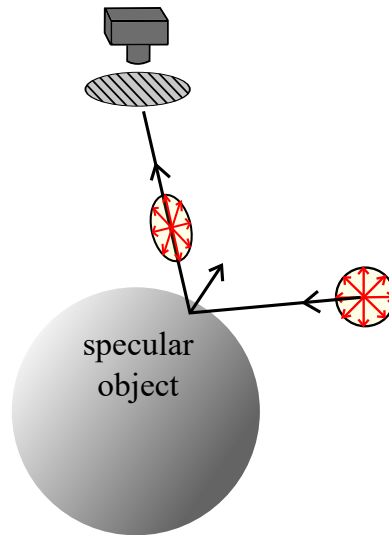


図 13 偏光レイトレーシングを検証するためのシミュレーション環境

3.1.3 節で述べた，反射平面に対して平行な強度反射率 $R_{\parallel}$ と垂直な強度反射率 $R_{\perp}$ は入射角に応じて図 14 のようになり，入射角によらず常に $R_{\perp} \geq R_{\parallel}$ であるため，反射光の偏光方向は常に反射平面に対して垂直な方向となる．また，ある入射角で $R_{\parallel} = 0$ となり，完全偏光 (偏光度 $\rho = 1$) となる．このときの入射角をブリュースター角という．

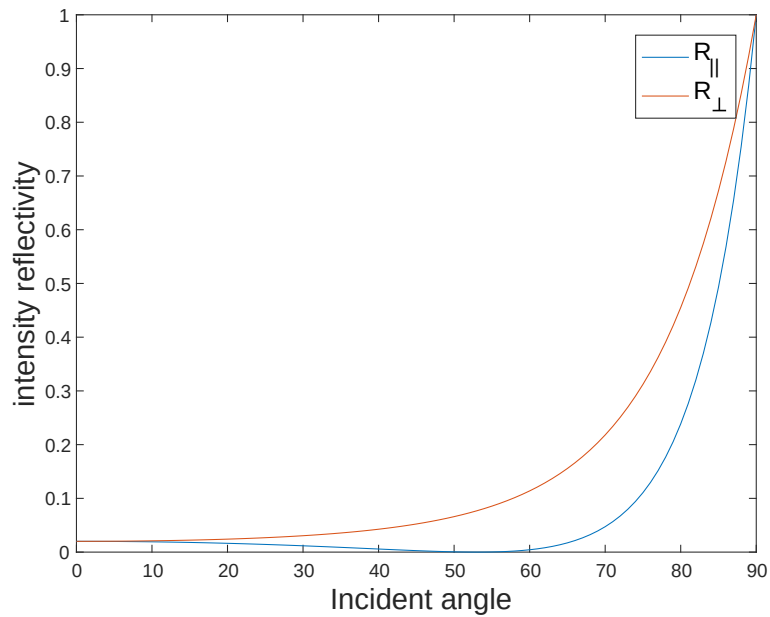


図 14 入射角に対する強度反射率

次に合成データで偏光レイトレーシングを行い(付録のアルゴリズムを用いた), 上述の結果が得られるかを確認する. 入射光を非偏光とし, 偏光レイトレーシングによりカメラに届く光(鏡面反射光)のストークスベクトルを偏光方向と偏光度に分け, 各画素ごとに演算する. ただしカメラモデルは透視投影モデルとした.

偏光方向は式 (7) からわかるようにストークスベクトルの第 1,2 成分であるため, これらを疑似カラーを用いて表現する(第 1 成分を緑, 第 2 成分を青とする). ただし, 正負は絶対値を取って正の値を持つように可視化した. また, 偏光度は式 (6) を用い, 各画素ごとに表示する

結果として, 偏光方向については図 15 のように, 緑部分は縦あるいは横方向に偏光していることを示しており, 上述の偏光方向が反射平面に垂直であることと一致する. また, 偏光度については図 16 のように濃淡画像が生成される. ここで横軸を動径方向とした偏光度のプロファイル図 17 によれば, 入射角がある角(ブリュースター角)で偏光度が極大の 1 となることが見て取れ, これらはよく知られた妥当な結果である

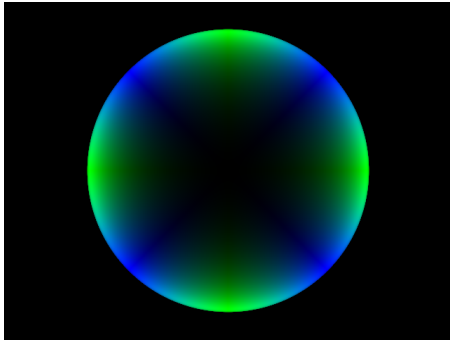


図 15 偏光方向の疑似カラー表示

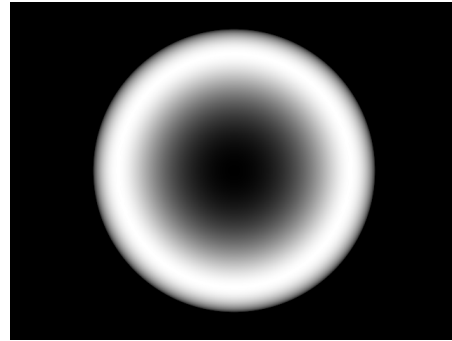


図 16 偏光度

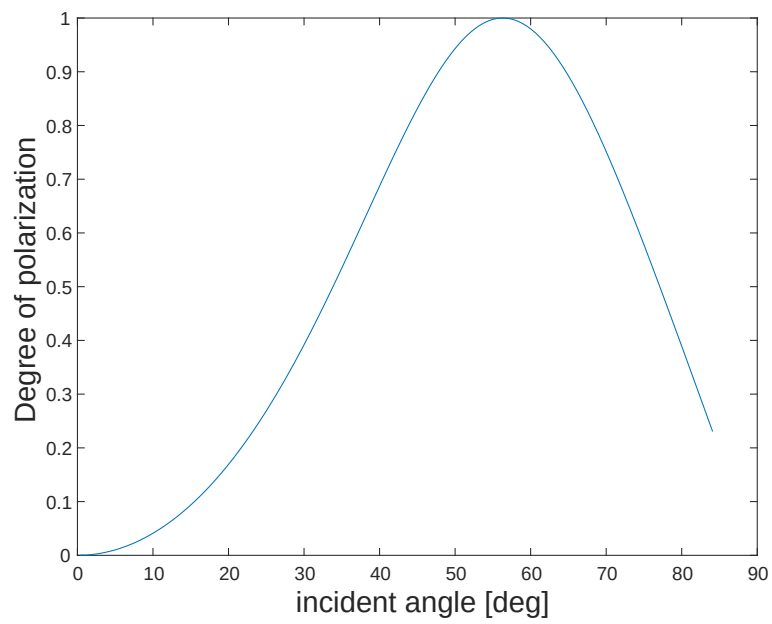


図 17 入射角に対する偏光度のプロファイル

5.2 合成データを用いた法線推定 (ノイズなし)

計測環境には，カメラモデルは透視投影モデルを仮定し，投影中心を座標系の原点，光軸を z 軸とする．カメラに届く出射光 $\boldsymbol{v}$ はカメラの各画素ごとに与えられる．カメラの解像度は $640px \times 480px$ とし，焦点距離は $30mm$ とする．また対象物体の推定形状は $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0mm & 0mm & 500mm \end{bmatrix}^T$ に中心を持つ半径 $120mm$ の球面であるとし，屈折率を $\mu = 1.33$ とし，散乱はレイリー散乱であると仮定する．入射光の方向ベクトルを $\boldsymbol{l}_{in} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ とし，偏光状態を $\boldsymbol{s}_{in} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ (非偏光) とする．

観測光のストークスベクトル $\boldsymbol{s}_{obs}$ は本来偏光板を回して撮影することで取得されるが，本節では真値の法線ベクトルを用いた偏光レイトレーシングによるストークスベクトル $\boldsymbol{s}_{out}$ を用いることとする．

法線マップは法線ベクトルの各成分を RGB で疑似カラー表示する (図 18)．正負は絶対値を取って正の値として可視化する．非線形最小二乗問題を解く際の法線の初期値は図 19 のように $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T$ とし，最適化アルゴリズムにはレーベンバーグ・マルカート法を利用する．ただし，法線ベクトルは物体の外側に向くように定義する．また，後の考察のため便宜上図 18 上に同心円 L1, L2 を図示しておく．

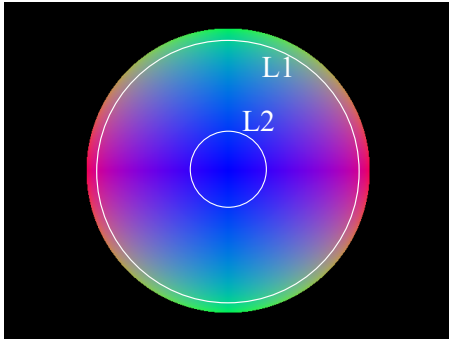


図 18 真値の法線マップ

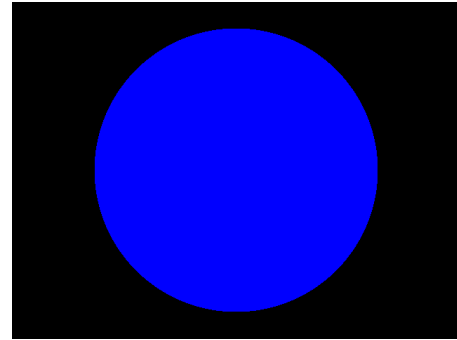


図 19 初期値の法線マップ

4 節で述べた法線推定アルゴリズムを用いて法線推定した結果を図 20 に示す．

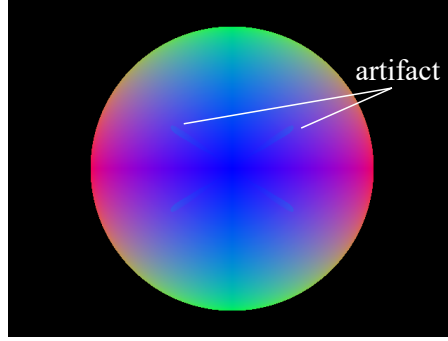


図 20 推定される法線マップ

結果を概観すると，L2 付近では部分的にアーティファクトが見られるが，多くの部分で法線推定が正しく行われている．

ここで式 (29) の残差や真値との誤差を用いて結果を考察する．残差は平均で 10^{-15} オーダーであり全体的に法線推定が行えており、アーティファクトが見られる部分についても残差は最大でも 10^{-5} オーダーであり最適化が完了していることがわかる．次に法線の極座標表示における方位角と天頂角のそれぞれについて誤差を評価すると，方位角・天頂角の誤差の最大はそれぞれ $2.24 \times 10^1, 7.61 \times 10^{-1} [\text{deg}]$ であり，天頂角は正しく推定されているが方位角については正しく推定されていないものがある．これは，L1 上のアーティファクトが生じる画素において法線の方位角を 0° から 360° まで変化させたときの式 (29) の残差の図 21 を見ると，数値計算が不安定なことがわかる．

次に，図 22 を利用してアーティファクトが解消できることを示す．入射光の偏光状態を $\mathbf{s}_{in}^1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^\top$ ， $\mathbf{s}_{in}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) \end{bmatrix}^\top$ と，二つ利用することで (a) の場合の法線推定を試みる．このときの法線推定結果は図 22 となり，図 20(a) に見られたアーティファクトが生じていないことが確認できる．これは，法線の方位角に対する式 (29) の残差プロファイル (図 23) を見ると， $\mathbf{s}_{in}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) \end{bmatrix}^\top$ の場合の残差の数値計算が安定しているためであると考えられる．

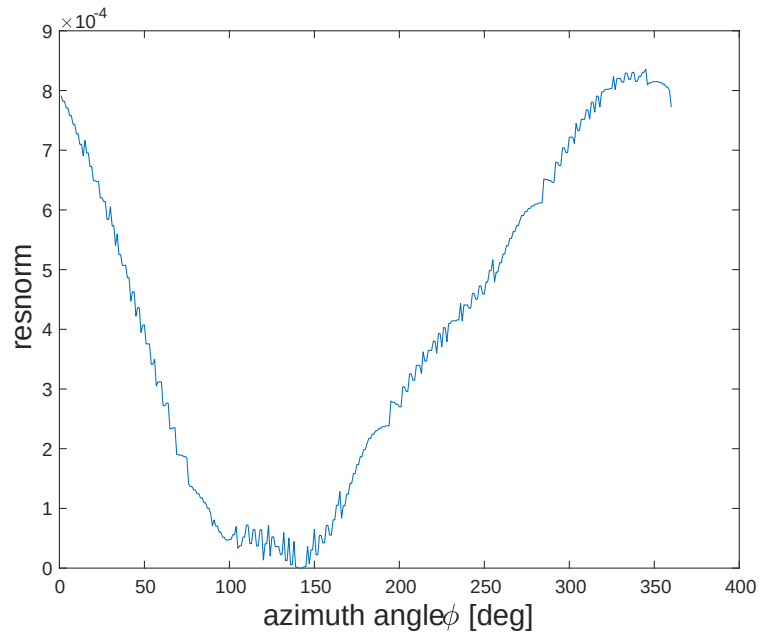


図 21 L2 上のアーティファクトが存在する画素における法線の方角角に対する式 (29) の残差

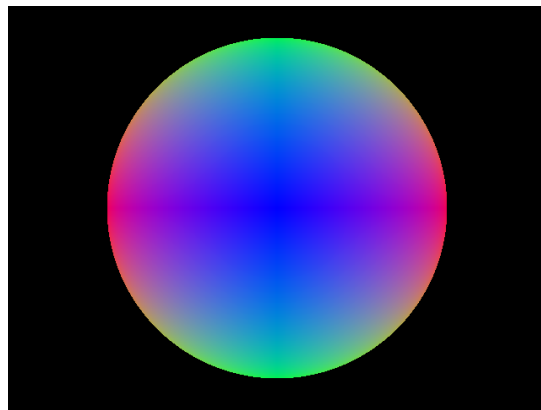


図 22 2 入力の場合に推定される法線マップ

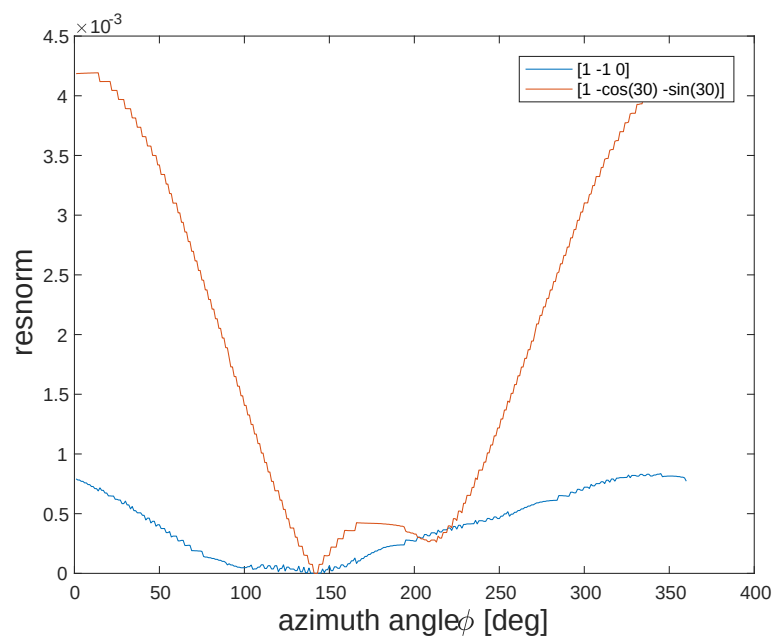


図 23 L2 上のアーティファクトが存在していた画素における法線の方位角に対する式 (29) の残差

5.3 実データを用いた法線推定

実環境における観測光の偏光状態を観測し，モデルと比較するための実験環境について説明する．図 24 のような実験環境を用意し，対象とする半透明物体は牛乳 $20\mu\text{l}$ を水 500ml で希釈した混合物 (単一散乱が支配的であると知られている物体 [19, 20]) であり屈折率を $\mu = 1.33$ とする [29]．カメラは Nikon D5500 を用い，光源には 532nm の単一波長のレーザーを使用し入射光の方向ベクトルを $\mathbf{l}_{in} = [\cos 45^\circ \ 0 \ \sin 45^\circ]^\top$ とする．偏光板にはエドモンドオプティックス社製のものを利用し，入射光の偏光状態を $\mathbf{s}_{in} = [1 \ -1 \ 0]^\top$ (完全直線偏光) とする．

観測のストークスベクトル $\mathbf{s}_{obs}$ を得るためには，式 (8) の正弦曲線へのフィッティングの際に偏光板を回転し撮影する複数枚画像が必要とされ，ここでは偏光板を $0^\circ, 10^\circ, \dots, 170^\circ$ 回転させ撮影した 18 枚の画像を用意する．

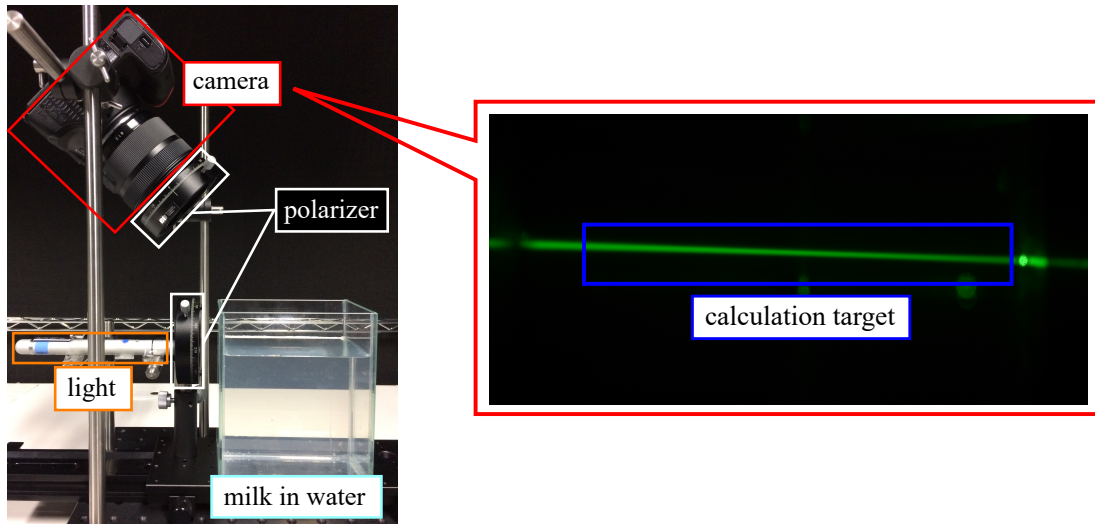


図 24 実験環境と撮影画像

5.4 モデルと実測の比較

偏光方向と偏光度について，実測と4章で仮定したモデルを比較する．モデルの場合には法線の真値 $\begin{bmatrix} \sin 45^\circ & 0 & -\cos 45^\circ \end{bmatrix}^\top$ を利用し，図24中の青枠内の領域で偏光方向や偏光度の計算を行う．ただし，ここでの真値は正確な値ではなく目安としての値である．計算される偏光方向と偏光度のそれぞれのヒストグラムを図25, 図26に示し，それぞれの拡大図を図27, 図28に示す．偏光方向・偏光度ともに実データとモデルはおおむね一致するが，拡大図を見ると実データはモデルに比べて偏りが生じていることがわかる．これは観測ノイズやセットアップが未校正のためであると考えられる．

次に法線推定を行う．対象とする物体が平面であるため法線推定結果は極座標表示する．半径方向を天頂角 θ_n ，回転方向を方位角 ϕ_n とする．初期値が真値と異なる場合と初期値が真値と等しい場合の二通りについての法線推定を行い，その結果をそれぞれ図29(a),(b)に示す．また図29(a),(b)における真値に対する平均誤差はそれぞれ 48.0° , 26.4° となり，法線推定がうまくいっていないことがわかる．これは実測の偏光方向がモデルに比べ偏りが生じているためではないかと考えられる．

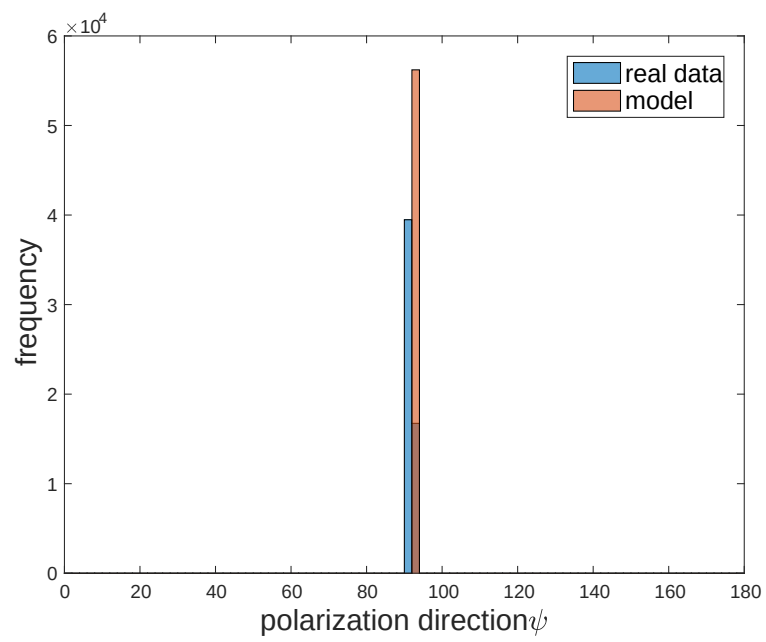


図 25 実データとモデルにおける偏光方向のヒストグラム

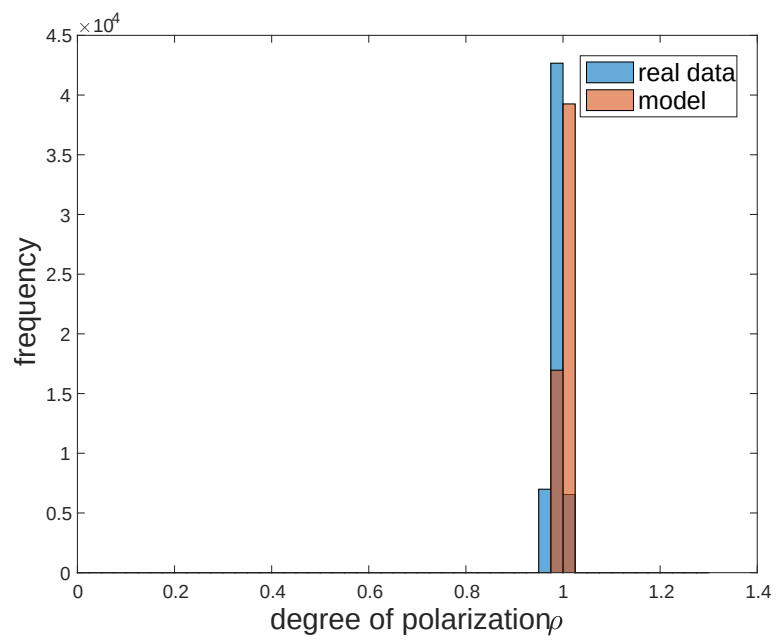


図 26 実データとモデルにおける偏光度のヒストグラム

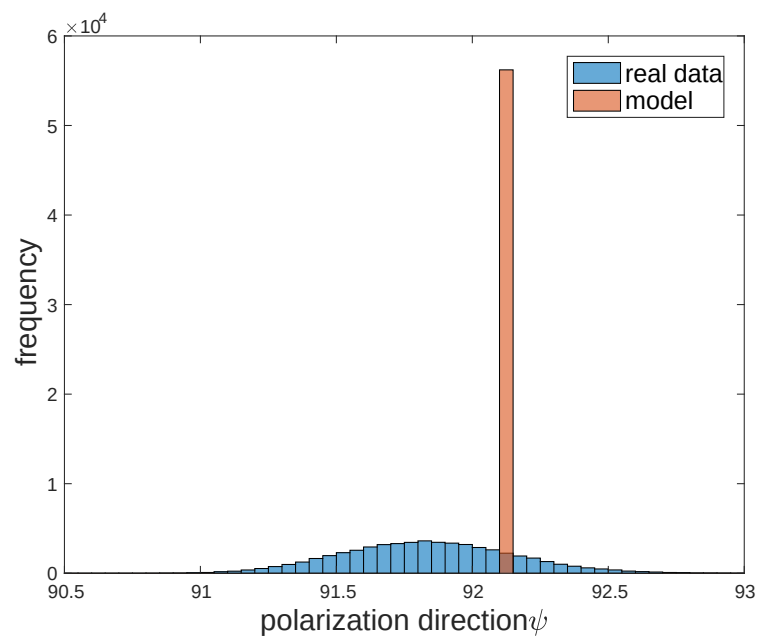


図 27 実データとモデルにおける偏光方向のヒストグラム

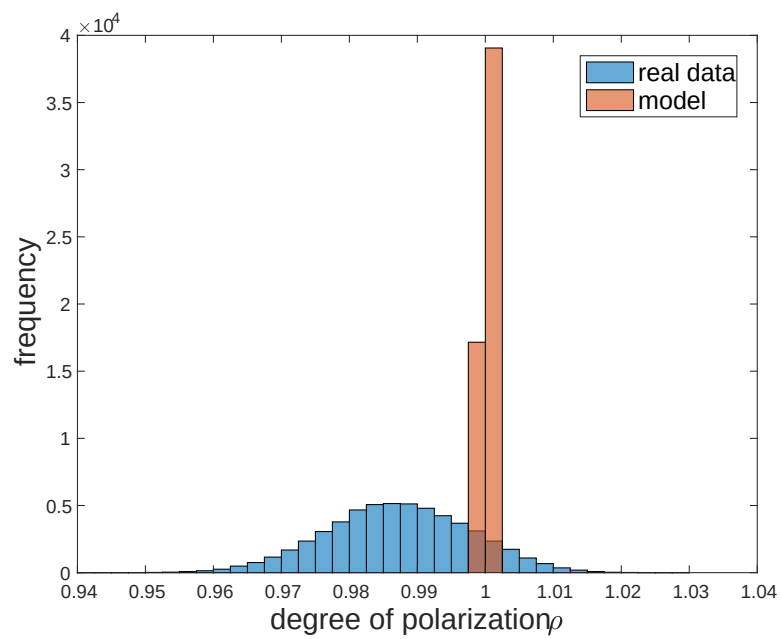


図 28 実データとモデルにおける偏光度のヒストグラム

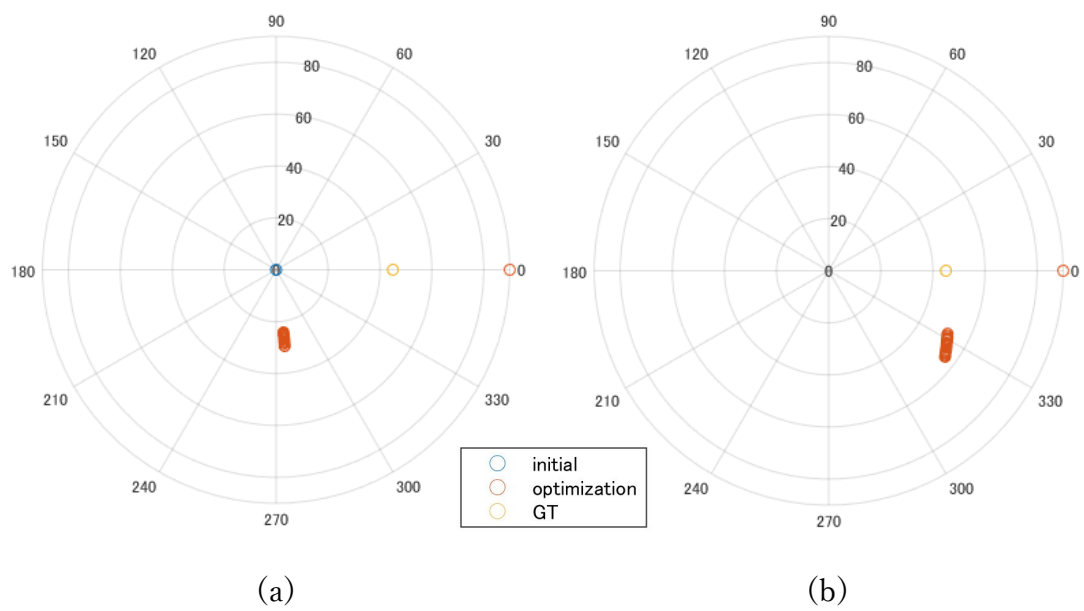


図 29 法線推定結果の極座標表示

5.5 合成データを用いた法線推定 (ノイズあり)

再度シミュレーションを行う．実データで偏光方向に $\pm 1^\circ$ 程度の偏りが生じてることを踏まえて，偏光方向に平均 0° ，分散 1° の正規分布に従うノイズを付与する．ノイズ以外の条件は全て5.2節での合成データと同じとする．このとき，入力を $\mathbf{s}_{in} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^\top$ とした場合の法線推定結果を図30に，入力を $\mathbf{s}_{in}^1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^\top$ ， $\mathbf{s}_{in}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) \end{bmatrix}^\top$ にした場合の結果を図31に示す．結果として，分散 1° のノイズですら法線推定がうまくいっていないことがわかる．

図32の偏光方向マップ(0° で黒， 180° で白としている)を見ると偏光方向の濃淡変化が小さい．L1上やL2上の偏光方向のプロファイル図33，図34を見ると偏光方向は最小で 88° ，最大で 92° 程度となっており，分散 1° のノイズを付与した場合のL1上の偏光方向のプロファイル図35を見ると，ノイズが偏光方向の変化に対して大きいことがわかり，法線推定を困難にしていると考えられる．

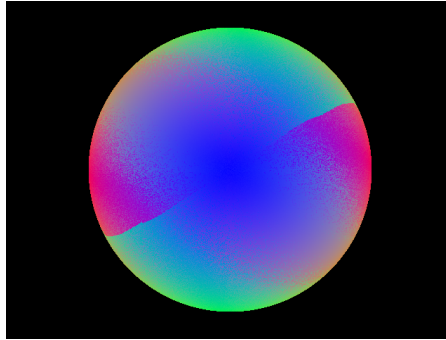


図 30 1 入力の場合の推定結果

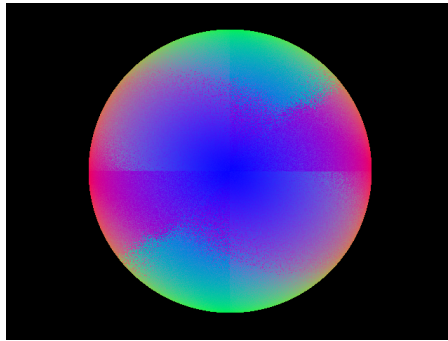


図 31 2 入力の場合の推定結果

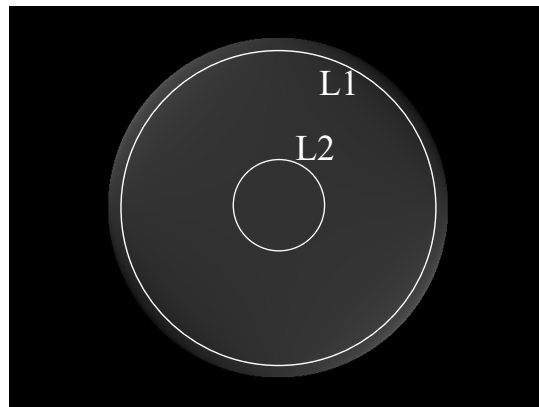


図 32 偏光方向の濃淡画像

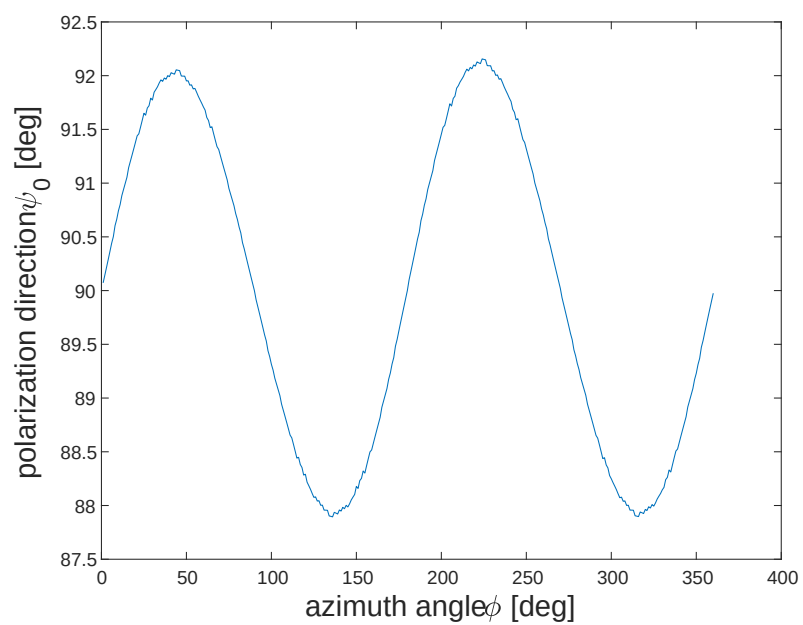


図 33 L1 上の方位角に対する偏光方向

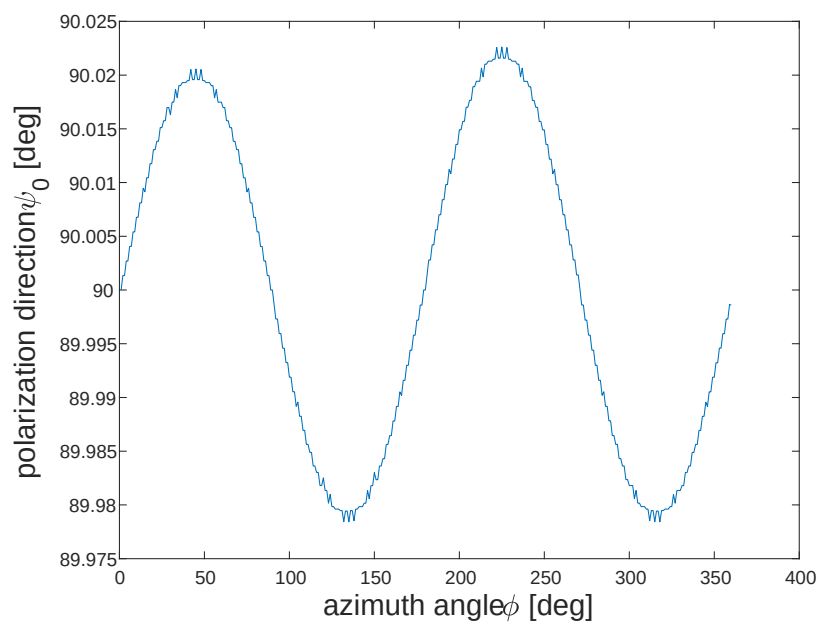


図 34 L2 上の方位角に対する偏光方向

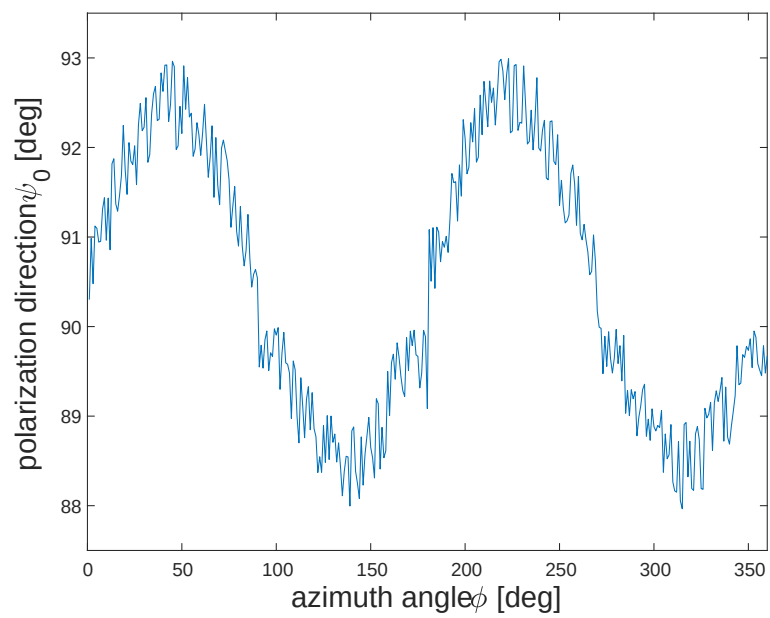


図 35 図 33 に分散 1° のノイズを加えた偏光方向

6. まとめ

本研究では、半透明物体を対象にして、単一散乱による偏光状態の変化をモデル化することで、単一視点での物体表面の法線推定を試みた。シミュレーションではノイズがない場合には法線推定は方位角の曖昧性を除いて推定が可能であり、入射光の偏光情報を増やすことで曖昧性を解消できることを定量的に示した。しかし、法線の方位角の変化に対する偏光方向の変化が小さく、ノイズに脆弱であることがわかり、実データを用いた法線推定は今後の課題である。

付録

ミュラー行列

一般に, x 軸方向に振動する光の減衰率を p_x , y 軸方向に振動する光の減衰率を p_y とするときのミュラー行列は

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y \end{bmatrix} \quad (31)$$

と表される [16]. 特に, x 軸方向の光を通過させる偏光板は $p_x = 1, p_y = 0$ として,

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

となる. このとき, 式 (4) で用いた x 軸から ψ だけ回転させた偏光板の作用 $M_{pol}(\psi)$ は

$$M_{pol}(\psi) = C(\psi) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C(-\psi) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\psi & \sin 2\psi \\ \cos 2\psi & \cos^2 2\psi & \cos 2\psi \sin 2\psi \\ \sin 2\psi & \cos 2\psi \sin 2\psi & \sin^2 2\psi \end{bmatrix} \quad (33)$$

また, 式 (11) の反射に関するミュラー行列は $p_x^2 = R_{\parallel}, p_y^2 = R_{\perp}$ として表現される.

偏光レイトレーシング

コンピュータグラフィックスの分野でよく利用されるレイトレーシングでは, 3D モデル・カメラ・光源などの情報を与え, カメラから飛ばすレイを追跡し, 画像を生成する技術である. このとき, レイは物体表面で反射や屈折といった光学現象を起こすことでその偏光状態も変化する. この偏光状態の変化も追跡するこ

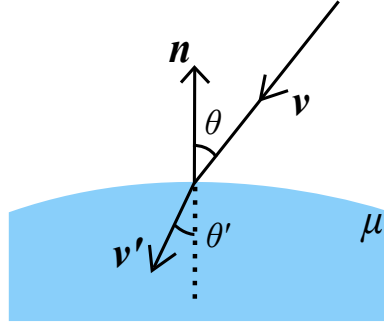


図 36 各種パラメータ

とを偏光レイトレーシングと呼ぶ[14]. 屈折現象 (図 36) における偏光レイトレーシングのアルゴリズムは以下の通りである.

1. カメラから物体にレイ $\mathbf{v}$ を飛ばし, レイと物体の交差判定を行う.
2. 入射レイ $\mathbf{v}$ と交差点における法線 $\mathbf{n}$ から, スネルの法則 (屈折率を μ とする) により, 入射角 θ および屈折光のレイ $\mathbf{v}'$ を求める (θ' は屈折角).

$$\begin{aligned}\theta &= \cos^{-1}(-\mathbf{n}^T \mathbf{v}) \\ \cos \theta' &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta / \mu^2} \\ \mathbf{v}' &= \mathbf{v} / \mu + (\cos \theta / \mu - \cos \theta') \mathbf{n}\end{aligned}\tag{34}$$

3. 屈折平面とカメラ座標における xy 平面との交線が x 軸となす角 ϕ を求める.

$$\phi = \tan^{-1}((- \mathbf{n} \times \mathbf{v})_x / (- \mathbf{n} \times \mathbf{v})_y)\tag{35}$$

ただし, $(\)_x, (\)_y$ はそれぞれベクトルの x, y 成分を表す.

4. 得られた入射角 θ と屈折角 θ' から式 (10) を用いて透過率 $T_{\parallel}, T_{\perp}$ を求め, 式 (12) を用いて屈折平面におけるミューラー行列 $T(\theta)$ を求め, さらに式 (15) を用いてカメラ座標系におけるミューラー行列 $M_T(\theta, \phi) = C(\phi)T(\theta)C(-\phi)$ を求める.
5. 最後にミューラー行列を入力となるストークスベクトルに掛けてカメラに届くストークスベクトルを得る.

反射現象についても, 同様のアルゴリズムで計算が可能である.

謝辞

本修士論文は、筆者が奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士前期課程在学中に、光メディアインタフェース研究室において行った一部の研究をまとめたものです。本研究は、指導教員を引き受けてくださった先生方をはじめとする、数多くの方々からのご支援によるものです。この場を借りて御礼申し上げます。本研究において、研究の機会を与えて頂くと共に、研究についての有益なご意見、懇切なるご指導頂きました光メディアインタフェース研究室 向川康博 教授、舩富卓哉 准教授に厚く御礼申し上げます。本研究の副査を引き受けて頂いたインタラクティブメディア設計学研究室 加藤博一 教授に感謝致します。本研究に対して、ご助言を頂きました光メディアインタフェース研究室 田中賢一郎 助教、久保尋之 助教に心から感謝致します。最後に、研究生生活全般においてお世話になりました光メディアインタフェース研究室の諸氏に深く感謝致します。

参考文献

- [1] 松下康之. 照度差ステレオ. 情報処理学会研究報告コンピュータビジョンとイメージメディア, 2011(29 (2011-CVIM-177)):1–12, 2011.
- [2] Takashi Matsuyama, Shohei Nobuhara, Takeshi Takai, and Tony Tung. *3D Video and Its Applications*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2012.
- [3] Jason Geng. Structured-light 3d surface imaging: a tutorial. *Adv. Opt. Photon.*, 3(2):128–160, Jun 2011.
- [4] Douglas Lanman and Gabriel Taubin. Build your own 3d scanner: Optical triangulation for beginners. In *SIGGRAPH ASIA 2009 Courses*, pages 2:1–2:94, New York, NY, USA, 2009. ACM.
- [5] 柏野孝士, 延原章平, and 松山隆司. 複合鏡を用いた単一深度カメラによる全周囲 3 次元形状計測. 情報処理学会研究報告コンピュータビジョンとイメージメディア, 2014(5 (2014-CVIM-192)):1–7, 2014.
- [6] Tanaka Kenichiro, Mukaigawa Yasuhiro, Kubo Hiroyuki, Matsushita Yasuyuki, and Yagi Yasushi. Recovering transparent shape from time-of-flight distortion. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 4387–4395. IEEE, June 2016.
- [7] J Kim, I Reshetouski, and A Ghosh. Acquiring axially-symmetric transparent objects using single-view transmission imaging. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, June 2017.
- [8] 石原裕之, 延原章平, and 松山隆司. 屈折面における光線空間の幾何光学的・波動光学的変化を用いた透明物体の 3 次元形状復元. 情報処理学会研究報告コンピュータビジョンとイメージメディア, 2016((2016-CVIM-201)):1–8, 2016.

- [9] Tongbo Chen, Hendrik P. A. Lensch, Christian Fuchs, and Hans-Peter Seidel. Polarization and phase-shifting for 3d scanning of translucent objects. pages 1–8, June 2007.
- [10] M. Gupta, A. Agrawal, A. Veeraraghavan, and S. G. Narasimhan. Structured light 3d scanning in the presence of global illumination. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 713–720, Washington, DC, USA, June 2011. IEEE.
- [11] Chika Inoshita, Yasuhiro Mukaigawa, Yasuyuki Matsushita, and Yasushi Yagi. Shape from single scattering for translucent objects. In *European Conference on Computer Vision - Volume Part II*, ECCV’12, pages 371–384. Springer-Verlag, 2012.
- [12] Chia-Yin Tsai, Ashok Veeraraghavan, and Aswin C. Sankaranarayanan. What does a single light-ray reveal about a transparent object? In *International Conference on Image Processing*, pages 606–610. IEEE, September.
- [13] Trung Thanh Ngo, Hajime Nagahara, and Rin-ichiro Taniguchi. Shape and light directions from shading and polarization. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 2310–2318. IEEE, June 2015.
- [14] 宮崎大輔 and 池内克史. 偏光レイトレーシング法による透明物体の相互反射の解析. 画像認識・理解シンポジウム, page 6, 2004.
- [15] Cui Zhaopeng, Gu Jinwei, Shi Boxin, Tan Ping, and Kautz Jan. Polarimetric multi-view stereo. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, June 2017.
- [16] E. Collett. *Field Guide to Polarization*. Field Guide Series. Society of Photo Optical, 2005.
- [17] 宮崎大輔 and 池内克史. 偏光の基礎理論とその応用. 情報処理学会論文誌 論文誌トランザクション, pages 64–72, 2008.

- [18] Mukaigawa Yasuhiro, Yagi Yasushi, and Raskar Ramesh. Analysis of light transport in scattering media. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, page 7. IEEE, June 2010.
- [19] Srinivasa G. Narasimhan, Mohit Gupta, Craig Donner, Ravi Ramamoorthi, Shree K. Nayar, and Henrik Wann Jensen. Acquiring scattering properties of participating media by dilution. In *SIGGRAPH*, pages 1003–1012, New York, NY, USA, 2006. ACM.
- [20] Tsubota Kazusa, Takatani Tsuyoshi, Aoto Takahito, Tanaka Kenichiro, Kubo Hiroyuki, Funatomi Takuya, and Mukaigawa Yasuhiro. Examining single scattering region in concentration, depth, and wavelength on diluted media. In *OSJ - OSA Joint Symposia on Nanophotonics and Digital Photonics*, page 2, October 2017.
- [21] Henyey, L. C. and Greenstein, J. L. Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysical Journal*, 93:70–83, 1941.
- [22] Noriko Kurachi. *The Magic of Computer Graphics*. A. K. Peters, Ltd., Natick, MA, USA, 1st edition, 2011.
- [23] Riviere Jérémy, Reshetouski Ilya, Filipi Luka, and Ghosh Abhijeet. Polarization imaging reflectometry in the wild. In *SIGGRAPH ASIA*. ACM, November 2017.
- [24] Wan-Chun Ma, Tim Hawkins, Pieter Peers, Charles-Felix Chabert, Malte Weiss, and Paul Debevec. Rapid acquisition of specular and diffuse normal maps from polarized spherical gradient illumination. In *the 18th Eurographics Conference on Rendering Techniques*, pages 183–194, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2007. Eurographics Association.
- [25] Lawrence B. Wolff and Terrance E. Boult. Constraining object features using a polarization reflectance model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 13(7):635–657, July 1991.

- [26] Xueding Wang, Gang Yao, and Lihong V. Wang. Monte carlo model and single-scattering approximation of the propagation of polarized light in turbid media containing glucose. *Appl. Opt.*, 41(4):792–801, Feb 2002.
- [27] Gary A. Atkinson and Edwin R. Hancock. Multi-view surface reconstruction using polarization. In *International Conference on Computer Vision*, page 8. IEEE, October 2005.
- [28] Miyazaki Daisuke, Kagesawa Masataka, and Ikeuchi Katsushi. Transparent surface modeling from a pair of polarization images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, pages 73–82, 2004.
- [29] Refractive Index Table. https://help.thefoundry.co.uk/modo/901/content/help/pages/shading_lighting/shader_items/refract_index.html.