

NAIST-IS-MT1551075

修士論文

通信遅延・センシング障害の下での状態推定

能登 健太郎

2017 年 3 月 16 日

奈良先端科学技術大学院大学
情報科学研究科 情報科学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に
修士（工学）授与の要件として提出した修士論文である。

能登 健太郎

審査委員：

杉本 謙二 教授	（主指導教員）
安本 慶一 教授	（副指導教員）
松原 崇充 准教授	（副指導教員）
南 裕樹 客員准教授	（副指導教員）
小林 泰介 助教	（副指導教員）

通信遅延・センシング障害の下での状態推定*

能登 健太郎

内容梗概

近年、外部センサやネットワーク通信を介したオープンな計測環境や制御の技術が注目を浴びている。このようなシステムは設備投資や保守点検のコスト削減の利点がある反面、通信遅延や信号の取得失敗といった特有の問題を有する。本論文では、不規則な遅延/信号の取得失敗という2つの問題各々に対する状態オブザーバの設計方法を議論する。

共有のネットワークを利用する場合、その混雑具合に応じて信号送信時の遅延時間は不規則に変動し、制御性能の劣化を引き起こす。この問題に対し、信号の遅れ時間に応じてゲインを切り替える切替え型オブザーバによる補償法が提案されている。しかし、従来法では信号の再利用を前提としているため計測値のノイズに敏感になってしまうという欠点があった。また、遅延のモデルを状態変数に含めた拡大系を用いるため、考える状態の次数が高次元になり、ゲイン設計問題の求解が高負荷であった。そこで本研究では従来法を、1) 再利用をしない方法、2) 拡大系を用いない方法へとそれぞれ改良する。1) では従来法の拡大系を拡張する。2) では時間を遡る技法を用いて対象と同一次元のオブザーバを構成する。

センシング障害などの理由で信号の取得に失敗した場合、次の信号を受信するまでの間、過去に取得した信号を再利用することがある。これは、サンプリング制御においてサンプリング周期の一時的な延長を意味する。この延長は予期せず起こり、いつまで延長するのか未知であるため、一定周期を前提に設計されたオブザーバでは、最悪の場合推定誤差が不安定化してしまう。そこで本論文では、サンプリング周期が不定期である場合にその上限を設定し、その範囲内で安定性を保証する問題を考える。

*奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報科学専攻 修士論文, NAIST-IS-MT1551075, 2017年3月16日。

キーワード

状態推定，オブザーバ，サンプル値制御，不規則遅延

State estimation under irregular delay and sensing failure*

Kentaro Noto

Abstract

In recent years, open measurement environment and control technology via external sensors and network communication are attracting attention. While such a system has the advantage of reducing the cost of equipment investment and maintenance and inspection, it has peculiar problems such as communication delay and signal acquisition failure. In this paper, we discuss the design method of the state observer for each of the two problems, irregular delay/signal acquisition failure.

When using a shared network, the delay length at the time of signal transmission fluctuates irregularly depending on the degree of congestion, causing degradation of control performance. To solve this problem, a compensation method using a switching observer that switches the gain according to the delay time of a signal has been proposed. However, in the conventional method, there is a disadvantage that it is sensitive to the noise of the measured value because it is premised on the reuse of the signal. Also, because we use an augmented system that includes delay models in state variables, the dimension of the state to be considered becomes higher and the solution of the gain design problem is high load. Therefore, in this research, we improve the conventional method to 1) a method not to reuse signals and 2) a method not to use an augmented system.

In the case where acquisition of a signal fails due to a sensing failure or the like,

*Master's Thesis, Department of Information Science, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-MT1551075, March 16, 2017.

the signal received in the past may be reused until the next signal is received. This means temporary extension of the sampling period in sampling control. Since this extension occurs unexpectedly and it is unknown how long it will be extended, in an observer designed on the assumption of a fixed period, the estimation error becomes unstable in the worst case. Therefore, in this paper, we set the upper limit when the sampling period is irregular and consider the problem of guaranteeing stability within that range.

Keywords:

State estimation, Observer, Sampled-data control, Irregular delay

目次

図目次		vii
第 1 章	はじめに	1
1.1	計測・制御環境のオープン化	1
1.2	遅延の補償と不定期サンプリング	2
1.3	切替え系	3
1.4	研究目的	4
第 2 章	切替え型オブザーバによる遅延補償	6
2.1	問題設定と従来法	6
2.2	信号の再利用	7
2.3	従来法の拡張	9
2.3.1	拡大系の一般化	9
2.3.2	切替え型オブザーバの構成	9
2.3.3	ゲイン設計	10
2.4	同一次元での設計	12
2.4.1	基本構造	12
2.4.2	ゲイン設計	13
2.5	数値シミュレーション	14
2.5.1	シミュレーション条件	14
2.5.2	一般化された拡大系による設計結果	15
2.5.3	同一次元での設計結果	16
第 3 章	不定期サンプリングについての検討	20
3.1	問題設定とシステムの構成	20
3.2	提案法	21
3.2.1	ゲイン設計	21
3.2.2	提案法の性能改善	23
3.3	数値シミュレーション	24

3.3.1	例題	24
3.3.2	シミュレーション条件	24
3.3.3	シミュレーション結果	26
3.4	実機実験	28
3.4.1	条件	28
3.4.2	推定結果	30
3.5	考察	30
第 4 章	おわりに	34
4.1	まとめ	34
4.2	今後の課題	34
謝辞		36
参考文献		37
付録		39
C.	Schur の補題	39
D.	2 輪独立駆動型移動ロボットの数学モデル	39

図目次

1.1	オープンな制御環境のイメージ	1
2.1	切替え型オブザーバ (従来法)	7
2.2	不規則な遅延の例	8
2.3	切替え型オブザーバ (提案法)	10
2.4	同次元の切替え型オブザーバ (提案法)	13
2.5	不規則な遅延の様子 ($d_{\max} = 20$)	16
2.6	推定結果 (θ)	17
2.7	推定結果 ($\dot{\theta}$)	18
2.8	θ の推定誤差 (比較)	19
3.1	定期サンプリング (上) と不定期サンプリング (下) のイメージ . .	21
3.2	提案法のブロック線図	21
3.3	2 輪独立駆動型移動ロボット	24
3.4	不規則にサンプリングされた出力誤差値	26
3.5	推定結果 (v)	27
3.6	推定結果 (ϕ)	27
3.7	推定結果 ($\dot{\phi}$)	28
3.8	推定誤差の比較	31
3.9	AR.Drone のモーションキャプチャによる計測	31
3.10	ドローン上の座標と姿勢角	31
3.11	減衰率 $r = 1$ のときの推定結果	32
3.12	減衰率 $r = 0.9$ のときの推定結果	33

第 1 章 はじめに

1.1 計測・制御環境のオープン化

近年，ネットワーク通信や非接触センサなどを含むオープンな制御システムの需要が増加している．共有のネットワークや計測システムを利用することで，設備導入や管理のコスト削減等の利点がある．遠隔制御をネットワーク越しに行う研究 [4] も盛んであり，遠隔手術を想定したロボットマニピュレータのバイテラル制御などがその一例である．また，非接触センサには設置の容易さや計測の自由度の高さといった利点があり，例えば車両や無人飛行機 [8] といった移動体の監視や制御への応用が検討されている．

ネットワーク通信や非接触型のセンサを通じた制御を制御理論の側面で見たときの問題として，伝送遅延と信号の取得失敗があげられる．例えば，ネットワークを介した信号には，その混雑に応じて通信遅延が生じる上，一定の割合で伝送損失も起こりうる．カメラなどのセンサは遮蔽や明度変化により外れ値を取得する恐れがある．以上のような現象は故障ではなく一時的なものだが，フィードバック制御のような実時間性を要求される場合には致命的となりうる問題であるため，個別の対策が必要となる．以上のような計測・制御環境のイメージを図 1.1 に示す．

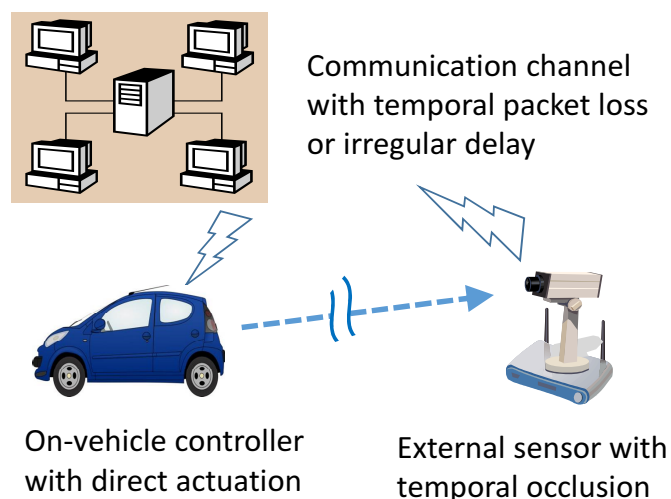


図 1.1 オープンな制御環境のイメージ

1.2 遅延の補償と不定期サンプリング

インターネットのような共有資源を用いる場合、その混雑具合の変動によって、通信遅延時間も不規則に変動してしまうという問題がある。この現象はジッタと呼ばれ、ネットワーク特有の問題として知られている。従来のむだ時間系と異なるのは、信号がパケット単位で伝送され、個々に遅延が生じるため遅延の長さが極めて不規則になってしまうという点である。その結果、例えば信号が追い越されて送信時とは異なる順序で受信されることも発生する。ひとつの解決策として、ジッタバッファ [1] が提案されている。この手法では、仮に遅延が変動して受信信号の到着間隔が不均一になったとしても、バッファに信号を蓄えることでその影響を補正することができる。結果、信号の遅延時間は一定となり、制御対象とバッファを含む拡大系は時不変なものとして扱うことができる。しかし、ジッタバッファでは信号を最大遅延時間だけメモリに保存する必要があるため速応性が要求される制御では不向きである。

バッファよりも速応性を損なわない補償方法として、文献 [5][6] ではタイムスタンプを用いて信号の遅れに応じた切換え型オブザーバを提案している。最大遅延時間に対応する次元の状態を用意しておき、受信時に判明する遅延時間に応じてオブザーバゲインを切り替える。しかしながら文献 [5] では、複数の信号を同時刻に受信した場合、最新の信号のみを推定に用い、古い信号は棄却してしまう。一方、信号が届かない時刻には、最後に受信した信号を再利用する方法をとっている。以上の棄却・再利用により、各時刻に必ず 1 つの信号を推定に用いることになるので、問題は簡単になる一方で、1 つの信号の観測ノイズが繰り返し影響するため、ノイズに対して脆弱になってしまう。また、オブザーバゲインは線形行列不等式 (LMI) の共通解から求めるが、考える遅延時間の長さだけオブザーバの次数が大きくなるため、求解が高負荷になることも問題である。

また、一時的な信号の取得失敗はサンプリング周期を引き伸ばし、不定期にしてしまう。サンプル値制御では通常、測定信号は一定周期でサンプリングされている [2]。センシング障害等が原因で一時的に有効な信号が得られない場合、前述したように故障ではないが、次の信号がいつ届くか予期できない状況に陥る。このとき、やむを得ず過去の信号を保持することになるが、結果としてサンプリング周期が延長され、定期サンプリングを想定した推定においては、最悪の場合推定誤差の不

安定化を招くことがある。このような場合はサンプリング周期を十分に長く（保守的に）設定するのが普通であるが，信号が短い周期で正しく得られるときは不利になってしまう。

1.3 切替え系

切替え系は，一般に有限個のサブシステムから構成され，ある規則に従ってサブシステムに遷移する。連続時間の線形切替え系は，

$$\dot{x} = A_{\sigma}x, \quad \sigma \in \mathcal{P} = \{0, 1, \dots, N\} \quad (1.1)$$

と記述される。ここで， $A_{\sigma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ である。 σ はサブシステムの添え字であり，ある瞬間にどのサブシステムに遷移しているかを表す。切り替わるタイミングは時間や状態量に依存している。

切替え系では，各サブシステムが安定であっても系全体の安定性は保証されず，ゆえにサブシステムの安定性を議論するだけでは不十分であることが知られている。任意の切替えに対する安定解析手法として，共通 Lyapunov 関数 [9][10]

$$V = x^T P x \quad (1.2)$$

に基づく手法がある。共通 Lyapunov 関数とは，サブシステムの Lyapunov 関数が全て同じ場合を指し，その存在性が切替え系の安定性の十分条件となることが知られている。したがって，切替え系の設計でも共通 Lyapunov 関数を用いることが多く，特に線形切替え系では二次形式の共通 Lyapunov 関数の候補を考えることで，系の安定可能性は連立 LMI 条件として記述される。また，設計の種類として，単一のゲインを設計するもの（単一ゲイン型）と，サブシステムごとにゲインを用意するもの（ゲイン切替え型）の 2 種類に分類できる。ある瞬間にどのサブシステムに遷移するかが未知である場合は単一ゲイン型が要求され，既知である場合は両方の設計法を適用できるが，一般的に単一ゲインの方が設計が保守的になる。

1.4 研究目的

本研究では，不規則な通信遅延・信号の取得失敗という 2 つの問題の存在下において，速応性を損なわずに状態推定する方法を検討する．

遅延の補償については，タイムスタンプを用いたゲイン切替え型オブザーバを考える．前節で述べた従来法 [5] の問題点を解決するために，以下の 2 点をそれぞれ検討する．

- 再利用をしない推定手法
- 拡大系を用いない設計手法

1 点目に関して，従来法では各時刻において最新の信号を 1 つ選択することによってオブザーバの構成を単純化している．そこで従来法の拡大系を再利用を前提としない形に一般化することを考える．最大の遅れ時間を設定するのは同じだが，信号の到着パターンを全通り考えることで，出力方程式のサイズが時変になる拡大系を提案する．2 点目に対しては，再利用を前提とした同次元オブザーバを構成する．時間を遡る技法を用いることで，同次元の誤差系を導出する．以上の 2 種類の手法はともに共通 Lyapunov 関数に基づく LMI に帰着される．DC モータの数値シミュレーションでそれぞれの提案法の有効性を確認する．

信号の取得失敗の問題に対しては，サンプリング周期がサンプル周期が不定期に変動する場合に上限を設定し，その範囲内で安定性を保証する問題を考える．推定対象への入力信号は連続時間で常に得られると仮定し，観測信号が時々失われるという状況において，安定に動作する状態オブザーバを設計することを目標とする．信号が得られないときは直前に取得した信号を保持して再利用するので，サンプリング周期が延長されることに相当する．

通常の定期的なサンプリングでは離散時間への等価変換 [3] によってオブザーバゲインを設計する手法がよく知られているが，本稿ではサンプリング周期が予測できない（ただし上限は設定する）ような条件下で誤差系の安定性を保証する．そこで，予測される全てのサンプリング周期に対応する連立 LMI の共通解を用いてオブザーバゲインを求める．また，以上の関連研究ではゲインの切替えを伴う切替え型オブザーバによる推定を提案しているが，本稿では予期するサンプリング周期に対して共通の 1 つのゲインを設計する．一方，外れ値に対する対策として中村ら [7]

は切替え型オブザーバによる推定法を提案した．これは複数センサでの観測を前提としており，外れ値を取得したセンサの信号を一時的に推定に使う信号から外すという方法である．これは信号の再利用を前提とせず，ゲイン切替え型であるという点で異なる問題設定である．

不定期サンプリングについては，2 輪独立駆動形の移動ロボットを想定したシミュレーション，ドローンとモーションキャプチャを用いた実機によって提案法の有効性の検証を行う．

第 2 章 切替え型オブザーバによる遅延補償

2.1 問題設定と従来法

図 2.1 の上部において $P(z)$ は多入出力離散時間線形時不変系であり，その状態方程式は

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.1)$$

とする．ここで， $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^p$ であり， (C, A) は可観測とする． $P(z)$ の出力 y はパケット単位でオブザーバへ送信されるが，そのときの遅延時間 $d \in Z_{d_{\max}}^+ \equiv \{0, 1, 2, \dots, d_{\max}\}$ はランダムに変動する．しかしオブザーバでの受信時にはタイムスタンプにより d の値が判明するものとする．

以上の設定の下で (2.1) 式の状態を推定するゲイン切替えオブザーバが文献 [5] で提案された．まず $P(z)$ に遅延要素が直列につながった拡大系を構成し， d ステップ遅延した出力信号を $y_d^\#(t) = y(t-d)$ とおく．なお， $y_0^\# = y$ とする．状態量を

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x^T & y_1^{\#T} & \dots & y_{d_{\max}}^{\#T} \end{pmatrix}^T$$

と定義すれば，拡大系の状態方程式は

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t+1) &= A_a \tilde{x}(t) + B_a u(t), \\ y_d^\#(t) &= C_d \tilde{x}(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{pmatrix} A & \mathbf{0}_{n \times p} & \dots & \mathbf{0}_{n \times p} \\ C & \mathbf{0}_{p \times p} & \dots & \mathbf{0}_{p \times p} \\ \mathbf{0}_{p \times n} & I_p & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \mathbf{0}_{p \times n} & \dots & \mathbf{0}_{p \times p} & I_p & \mathbf{0}_{p \times p} \end{pmatrix}, B_a = \begin{pmatrix} B \\ \mathbf{0}_{p \times m} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{p \times m} \end{pmatrix}, \\ C_d &= \begin{cases} \begin{pmatrix} C & \mathbf{0}_{p \times p} & \dots & \mathbf{0}_{p \times p} \end{pmatrix} & \text{if } d = 0 \\ \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{p \times n} & E_d \otimes I_p \end{pmatrix} & \text{if } d \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

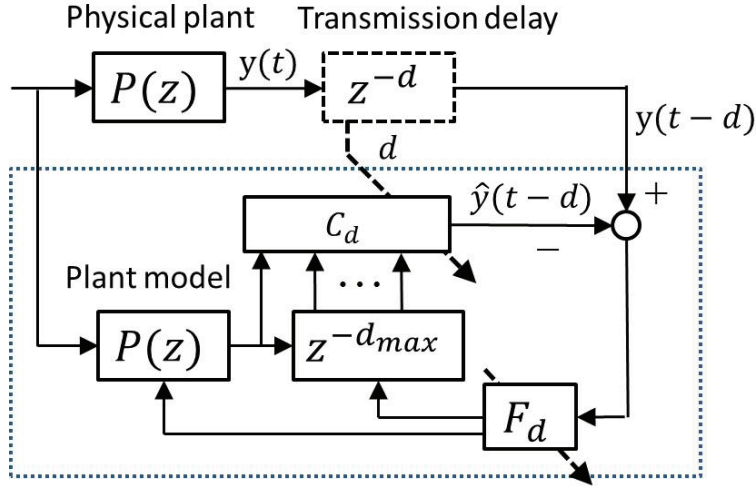


図 2.1 切替え型オブザーバ (従来法)

と表される． E_d は第 d 成分のみ 1 で他の成分は 0 の $d_{\max}$ 次元単位行ベクトルである．

タイムスタンプによって判明する d によって観測可能な $y_d^\#$ が決まるので，式 (2.2) の C_d は時変である．この時変系に切り替えオブザーバを構成し，各ゲインを共通 LMI の解によって設計するのが従来法である．

2.2 信号の再利用

従来法 [5] の拡大系は各時刻でただ 1 つの信号を推定に用いることを前提として構成されている．つまり，今回のように信号の同着や追い越し，不着が起こりうる状況においては，各時刻に推定に用いる信号を 1 つ選ぶ必要がある．ここでは，従来法での信号の選択則とその問題点について触れる．まず，ジッタを含む系においては，以下の 3 通りの信号の到着状況が起こりうる．

1. ある時刻で観測信号をオブザーバが受信しない．
2. ある時刻で 1 つ（または複数）の信号を受信する．
3. 制御対象からの信号 $y(t_1)$ が，後で送信される信号 $y(t_2)$, $t_1 < t_2$ よりも遅れて到着する．

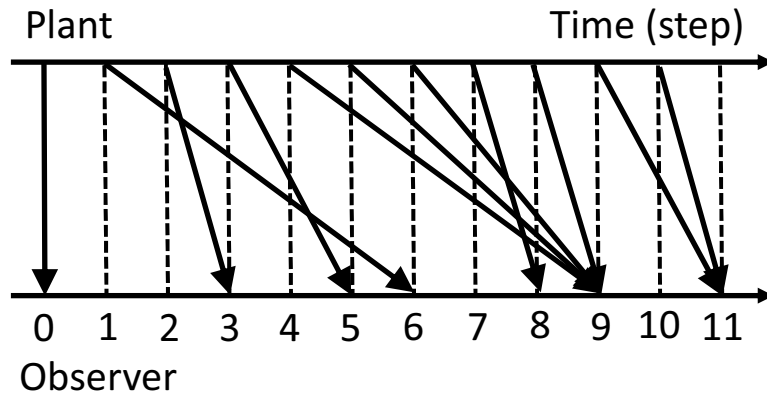


図 2.2 不規則な遅延の例

例えば，図 2.2 の 1, 2, 4, 7, 10 ステップ目のように出力信号が届かない時刻が存在する（状況 1）．また，5 ステップ目のように新しい信号が古い信号を追い越して届く場合（状況 3）や，9 ステップ目のように複数の信号が同時刻に届く場合（状況 2）もある．以上のような場合に対し，文献 [5] では次の選択則を定めている．

（選択則）あるサンプル時刻 $t = t_\gamma$ で状態推定を行うとき， $0 \leq t \leq t_\gamma$ ステップに受信した観測信号の中で最新のものを推定に用いる．

ここで，1 ステップ前の信号を再利用する際には，その信号の遅れ時間を 1 ステップ分増加するという事に注意する．推定に用いる信号を選択した後の推定方法は，図 2.1 の通りである．

このように最新の信号のみを選んで再利用して推定することは，信号を 1 つに絞ることができるので問題の簡単化につながる．一方で，同じ信号ばかりを推定に用いることによって，その信号に含まれているノイズに対して敏感になってしまうという問題もある．

2.3 従来法の拡張

2.3.1 拡大系の一般化

本節では、前節で述べた従来法の問題点を解決するために従来法を拡張する．具体的には、信号の棄却/再利用を前提としない形に拡大系を一般化し、その一般化された拡大系に対する設計法を導く．ただし、対象が不安定系である場合、再利用をしない手法で安定性を保証するのが困難なため、本節に限り対象は安定系、すなわち式 (2.1) の A は安定行列であると仮定する．

まず、ある時刻に q 個のパケットを受信したとして、それぞれの遅れ時間を $0 \leq d_1 < \dots < d_q \leq d_{\max}$ とし、まとめて $\mathcal{D} = \{d_1, \dots, d_q\}$ と表す．同時に 2 つのパケットは送信されないため d_i は相異なる．また q は固定されず、パケットを受信しなければ $q = 0$, $\mathcal{D} = \phi$ となる．ここで、 ϕ は空集合を意味する．このような $\mathcal{D}$ のパターンは総計 $2^{d_{\max}+1}$ となる．

例) $d_{\max} = 2$ の場合

$\mathcal{D}$ は、 ϕ , $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0,1\}$, $\{0,2\}$, $\{1,2\}$, $\{0,1,2\}$ の 8 通り．

ここで、前節と同じ拡大系において、(2.2) 式の出力 y と係数行列 C_d を

$$y_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} y_{d_1}^{\#} \\ \vdots \\ y_{d_q}^{\#} \end{pmatrix}, \quad C_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} C_{d_1} \\ \vdots \\ C_{d_q} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

に置き換える．従来法と比べ、これらが要素の値だけでなくサイズまで時変となることが大きな特徴となる．新しい拡大系の状態方程式を次に記す．

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t+1) &= A_a \tilde{x}(t) + B_a u(t), \\ y_{\mathcal{D}}(t) &= C_{\mathcal{D}} \tilde{x}(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.3.2 切替え型オブザーバの構成

提案するオブザーバは、図 2.3 に示すように、制御対象のモデルと、受信した信号の遅れ時間に対応した複数のオブザーバゲイン $F_{\mathcal{D}}$ で構成される．パケット受信

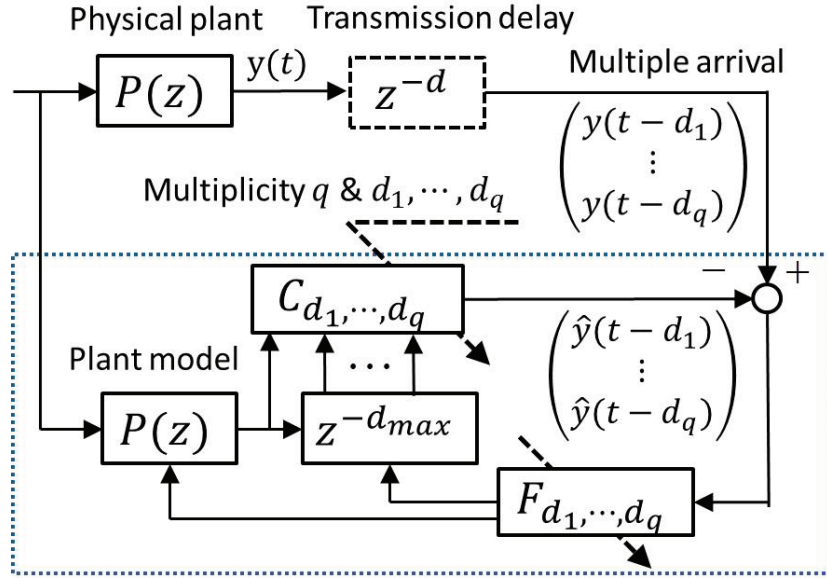


図 2.3 切替え型オブザーバ（提案法）

時に、タイムスタンプにより遅れ時間が判明するので、これを受けて対応するゲイン $F_{\mathcal{D}}$ に切替える．推定量を

$$\hat{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} \hat{x}^T & \hat{y}_1^{\#T} & \cdots & \hat{y}_{d_{\max}}^{\#T} \end{pmatrix}^T$$

で定義する．ここで、 $\hat{\tilde{x}}$, $\hat{x}$, $\hat{y}_d^{\#}$ はそれぞれ $\tilde{x}$, x , $y_d^{\#}$ の推定量である．これらを用いて、拡大系 (2.4) 式に対するオブザーバを

$$\hat{\tilde{x}}(t+1) = A_a \hat{\tilde{x}}(t) + B_a u(t) + F_{\mathcal{D}}(y_{\mathcal{D}}(t) - C_{\mathcal{D}} \hat{\tilde{x}}(t)) \quad (2.5)$$

で構成する．ただし $F_{\mathcal{D}}$ は次節の手順で求められる $n \times pq$ 行列である．信号が到着した時は式 (2.5) により推定量を更新し，信号が届かない時は $\mathcal{D} = \phi$ なので $F_{\mathcal{D}} = 0$ として更新する．

2.3.3 ゲイン設計

オブザーバ (2.5) 式は，観測信号の遅延時間に応じてゲインを切り替えるため，推定誤差系にも切替えが生じる．このため，任意の切り替えに対して誤差系が安定

となるようにオブザーバ (2.5) 式のゲイン $F_{\mathcal{D}}$ を $\mathcal{D} = \phi$ 以外のすべての $\mathcal{D}$ について設計しよう．推定誤差 $\tilde{e} \in \mathbb{R}^{n+pd_{\max}}$ を $\tilde{e} = \tilde{x} - \hat{x}$ と定義し，誤差系

$$\tilde{e}(t+1) = (A_a - F_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}})\tilde{e}(t) \quad (2.6)$$

を得る．あらゆる遅延のパターンに対して (2.6) 式が安定となるように $2^{d_{\max}+1}$ 本の Lyapunov 不等式

$$(A_a - F_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}})^T P (A_a - F_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}}) - P < 0, \quad \forall \mathcal{D} \quad (2.7)$$

に対する共通解 $P > 0$ を考える．ここで，行列に対する不等号は正定の意味で用いる．すなわち，対称行列 Q に対し， $Q > 0$ は Q が正定であることを意味する．上記の不等式に Schur の補題を適用することにより次式を得る．

$$\begin{pmatrix} -P & P(A_a - F_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}}) \\ * & -P \end{pmatrix} < 0, \quad \forall \mathcal{D}$$

ここで $*$ は対角要素の転置をとったものを意味する． $X_{\mathcal{D}} := PF_{\mathcal{D}}$, $\forall \mathcal{D}$ とおくと，上式は $P, X_{\mathcal{D}}$ に関する連立 LMI

$$\begin{pmatrix} -P & PA_a - X_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}} \\ * & -P \end{pmatrix} < 0, \quad \forall \mathcal{D} \quad (2.8)$$

に変形できる．(2.8) 式を満たす $P > 0, X_{\mathcal{D}}$ が存在するならば，

$$F_{\mathcal{D}} = P^{-1}X_{\mathcal{D}}, \quad \forall \mathcal{D} \quad (2.9)$$

からオブザーバゲイン $F_{\mathcal{D}}$ が求まる．このとき，次の命題が成立する．

命題 1 LMI(2.8) を満たす解 $P > 0, X_{\mathcal{D}}$ が存在するならば，フィードバック則 (2.9) によって誤差系 (2.6) は安定化される．

証明

共通 Lyapunov 関数の候補 $V(k) := e^T(k)Pe(k)$, $P > 0$ を考える．誤差系 (2.6) より V の差分 ΔV に関して次式が成立する．

$$\begin{aligned} \Delta V &:= V(k+1) - V(k) \\ &= e^T(k+1)Pe(k+1) - e^T(k)Pe(k) \\ &= e^T(k)\{(A_a - F_{\mathcal{D}}C_{\mathcal{D}}) - P\}e(k). \end{aligned}$$

Schur の補題より LMI(2.8) は不等式 (2.7) と等価であること, また仮定より (2.8) を満たす解 P , X_D が存在することから $\Delta V < 0$ が成立する. したがって, 切替え系に対する Lyapunov の安定定理 [9][10] より誤差系 (2.6) は安定である. $\square$

2.4 同次元での設計

2.4.1 基本構造

前節までの手法では拡大系を用いるため, オブザーバの次元が考える遅れの長さの分だけ高次元となり, LMI の求解計算が高負荷になりがちであった. そこで, 本節では 2.2 節の信号の選択則を再び採用し, 推定対象と同じ次数のオブザーバを構成する. 受信した信号の遅れ時間の分だけ時間をさかのぼる技法を導入し, 拡大系を用いない手法を提案する.

まず, 現在の状態推定値 $\hat{x}(t)$ をもとに過去の状態推定値を導こう. (2.1) 式から

$$x(t) = A^d x(t-d) + \sum_{\tau=0}^{d-1} A^{d-1-\tau} B u(t-d+\tau) \quad (2.10)$$

が成立することに注意する. ここで A は正則行列であると仮定する. いま, 過去の入力信号 $u(t-d_{\max}), \dots, u(t-1)$ を記憶しておく. すると, $d > 0$ のとき, $t-d$ における状態推定値は以下のように (2.10) 式から逆算して与えるのが自然である.

$$\hat{x}(t-d; t) = A^{-d} \hat{x}(t) - \sum_{\tau=0}^{d-1} A^{-1-\tau} B u(t-d+\tau). \quad (2.11)$$

この式は状態推定の更新を表すものではなく, 現時点における $\hat{x}(t)$ を元にして過去に遡ったものであるので $\hat{x}(t-d; t)$ と表記している.

なお, リアルタイム処理の際は (2.11) 式をそのまま演算するのではなく, 予め係数行列

$$G_k = -A^{-k} B, \quad k = 1, \dots, d$$

を用意しておき, これらと信号との積和を計算することで効率的に処理すればよい.

以上により推定値は次のように更新される

$$\hat{x}(t+1) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L_d \eta. \quad (2.12)$$

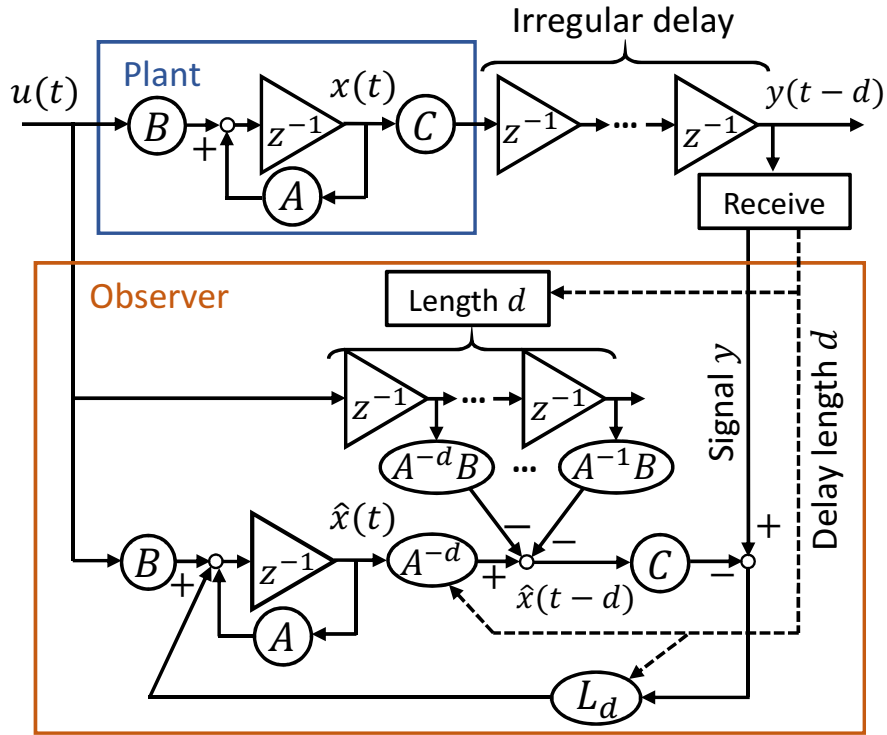


図 2.4 同一次元の切替え型オブザーバ（提案法）

ここに出力誤差は

$$\eta = y(t-d) - C\hat{x}(t-d; t) \quad (2.13)$$

によって定義され，ゲイン L_d は次項で設計される．提案する状態推定器のブロック線図を図 2.4 に示す．なお， $d=0$ の場合は長さ 0 となり (2.11) 式のような逆算は不要であるが，これも特殊な場合として含んでいる．

2.4.2 ゲイン設計

(2.13) 式はさらに

$$\begin{aligned} \eta &= C(x(t-d) - \hat{x}(t-d; t)) \\ &= CA^{-d}(x(t) - \hat{x}(t)) \\ &= CA^{-d}e(t) \end{aligned}$$

と計算される．ここに，(2.10)，(2.11) 式を用い，また推定誤差を $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ とおいた．よって (2.1)，(2.12) 式と上式より

$$\begin{aligned} e(t+1) &= Ae(t) - L_d \eta \\ &= Ae(t) - L_d CA^{-d} e(t) \\ &= (A - L_d CA^{-d}) e(t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

が得られる．これが誤差系となるので，離散時間での安定性 ($e(t) \rightarrow 0$) が保証されるように設計すればよい．

(2.14) 式よりゲイン L_d を計算しよう．まず，連立 Lyapunov 不等式

$$\begin{aligned} (A - L_d CA^{-d})^T P (A - L_d CA^{-d}) - P &< 0, \\ P > 0 \quad d = 0, 1, \dots, d_{\max} \end{aligned} \quad (2.15)$$

の共通解を導くため，これに Schur の補題を適用して LMIs

$$M_d = \begin{pmatrix} -P & PA - X_d CA^{-d} \\ * & -P \end{pmatrix} < 0, \quad (2.16)$$

$$P > 0 \quad d = 0, 1, \dots, d_{\max} \quad (2.17)$$

を得る．ここに， $X_d := PL_d$ とおいた．

LMI の解 (P, X_d) が得られれば，提案のオブザーバゲインは

$$L_d = P^{-1} X_d \quad (2.18)$$

によって与えられる．このとき，誤差系 (2.14) 式の安定性が共通 Lyapunov 関数

$$V(e) = e^T P e$$

の存在によって保証される．

2.5 数値シミュレーション

2.5.1 シミュレーション条件

ここでは，提案する 2 種類の切替え型オブザーバを用いた推定の数値例を示す．制御対象として，文献 [5] と同様に，DC モータを想定した次の連続時間系 [13] を

考える．

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \quad y = Cx, \\ A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -9.8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 49 \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{2.19}$$

これをサンプリング周期 10[ms] のサンプラと 0 次ホールドで離散化したものを推定対象とする．数値計算には MATLAB2014b を使い，ゲイン計算には SeDuMi, YALMIP を用いる．遅れ d は区間 $[1, d_{\max}]$ における整数一様分布の乱数で生成する．また，プラントおよび推定器の初期値をそれぞれ

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

とし，簡単のため初期時刻 $t = 0$ の遅れ時間は 0 とする．また，入力を $u = 3 \cos 100t$ とする．

2.5.2 一般化された拡大系による設計結果

ここでは，DC モータからの出力信号 $y(t)$ に観測雑音が混在する場合を考える．このとき，式 (2.19) の出力方程式が

$$y(t) = Cx(t) + Dw(t)$$

であるとする．ここで， $D = 1$ とし， $w(t)$ は平均 0，分散 10^{-3} の白色雑音とする． $d_{\max} = 4$ ，つまり最大遅れ時間を 40[ms] に設定し，**命題 1** に基づいてゲインを計算する．800 ステップ，すなわち 8[s] の推定を行い，推定値と真値の二乗平均誤差を計算した．これを 1000 回繰り返しその平均をとった結果，従来法 [5] では 3.447×10^{-7} だったのに対し，提案法では 2.454×10^{-7} であった．これより，出力に観測雑音が混在する状況下では，提案法により推定精度が改善されることがわかる．

2.5.3 同一次元での設計結果

ここでは、2.4 節で述べた同一次元での推定結果を、文献 [5] と比較する。2.2 節の方法に基づいて信号の再利用を行う。雑音は無い状況を考える。 $d_{\max} = 20$ 、つまり最大遅れ時間を 200[ms] に設定する。まず、LMI(2.16) と式 (2.18) によりゲインを計算する。遅れの発生状況を図 2.5 に示す。図 2.5 では、各信号を○で表し、送信時刻・受信時刻をそれぞれ縦軸と横軸にプロットした。赤線が遅延のない場合に相当するが、その右側に 200[ms] までの幅で一様に分布している。

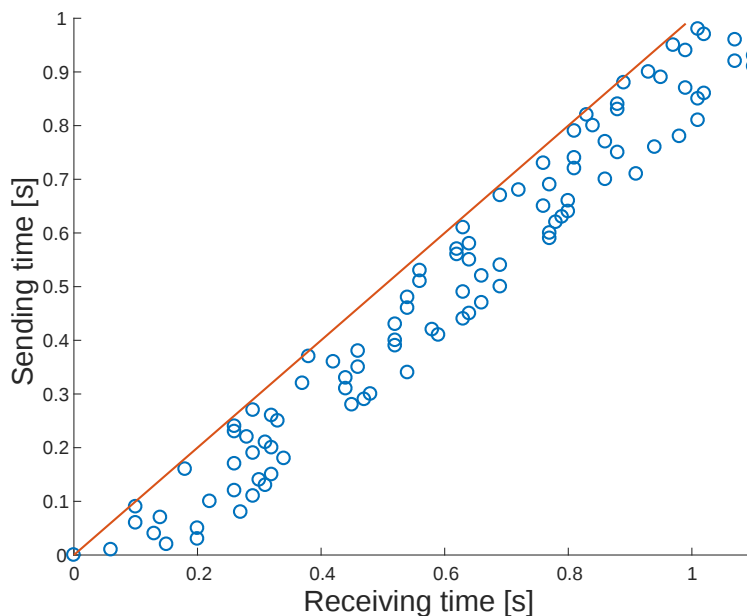


図 2.5 不規則な遅延の様子 ($d_{\max} = 20$)

提案の切替え型オブザーバによる状態 θ , $\hat{\theta}$ 推定結果をそれぞれ図 2.6, 2.7 に示す。推定値はそれぞれ真値に収束している。

次に、 θ の推定誤差について、提案法と従来法 [5] の比較を行った。結果を図 2.8 に示す。どちらも推定誤差が 0 へ収束することがわかる。

最後に、 $d_{\max}$ を 10~40 まで 10 ごとに変えて行った場合の、 θ の平均二乗誤差と LMI の求解に要する時間を調べた。推定は 120 ステップ行い、平均二乗誤差は 100 回、LMI の求解は 10 回それぞれ繰り返して平均をとった。結果を表 2.5.3, 2.5.3

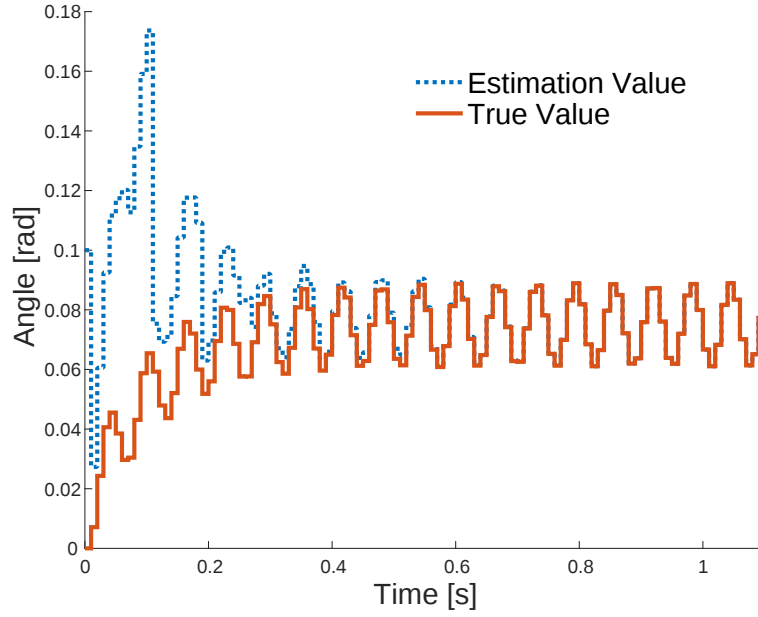


図 2.6 推定結果 (θ)

に示す．この結果から，同次元での設計により，従来法と同等以上の性能を維持しつつ，LMI の計算時間を削減できたことがわかる．本稿のシミュレーションではオフラインでの設計・推定を行っているため，LMI 計算時間削減による利点はないが，提案法をオンライン計算に適用する場合，すなわちリアルタイムでゲインを更新する設定の下では有利であると予想される．また，安定性以外の性能を考慮した設計を行う場合 LMI の数が増えることが予想されるが，そういったケースにおいても利点があると考えられる．

表 2.1 θ の平均二乗誤差 $\times 10^{-4}$ (比較)

	$d_{\max} = 10$	$d_{\max} = 20$	$d_{\max} = 30$	$d_{\max} = 40$
Proposed	4.355	5.5634	7.0506	8.0772
Conventional	6.4524	7.7791	9.3368	10.0216

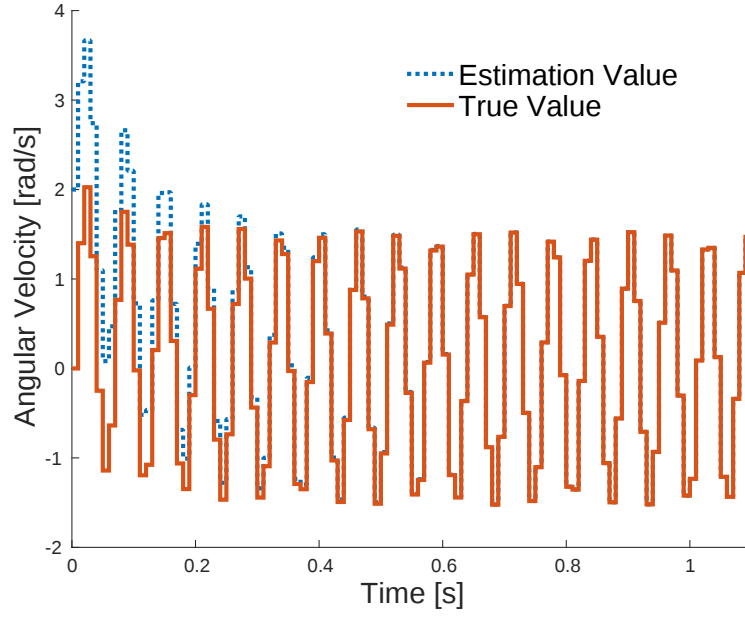


図 2.7 推定結果 ($\dot{\theta}$)

表 2.2 LMI 計算時間 [s] (比較)

	$d_{\max} = 10$	$d_{\max} = 20$	$d_{\max} = 30$	$d_{\max} = 40$
Proposed	0.2308	0.2420	0.2645	0.2904
Conventional	0.5317	2.3666	10.8207	33.6580

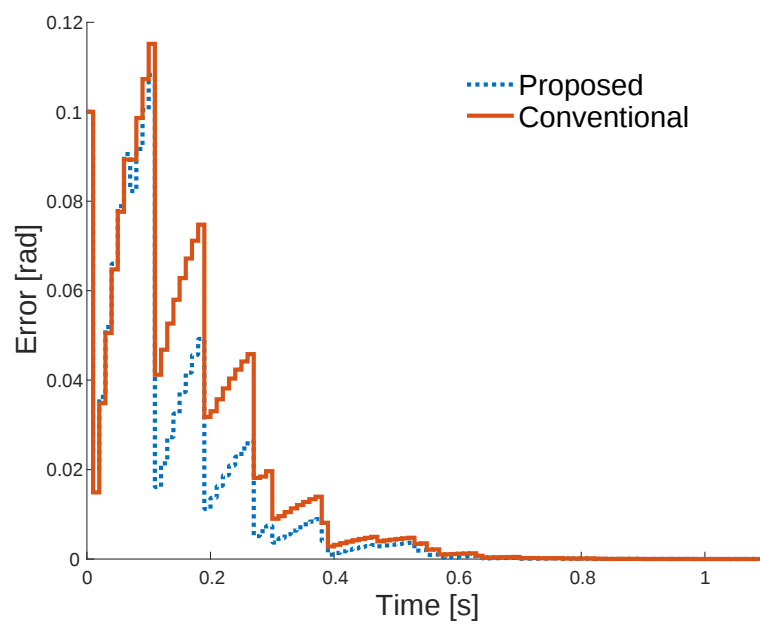


図 2.8 θ の推定誤差 (比較)

第 3 章 不定期サンプリングについての検討

3.1 問題設定とシステムの構成

状態を推定する対象として，次の連続時間線形時不変系

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (3.1)$$

を考える．ここで， x, y, u はそれぞれ状態，出力，入力を表す n, m, p 次元のベクトルであるとし， (A, C) は可観測であると仮定する．

例えば図 1.1 のような環境を想定すると，車載制御器はアクチュエータに直結しているので (3.1) 式の入力 $u(t)$ は連続的に得られる．一方，非接触の外界センサによる計測値はネットワークを介して得られるためセンサの障害や伝送損失が発生する．いま出力信号 y が動作中一定の基本周期 $\delta > 0$ でサンプリングされると考えよう．ところが今， k 番目のステップで計測に失敗し，信号 $y(k\delta)$ が得られなかったと仮定する．このとき，1 ステップ前の信号 $y((k-1)\delta)$ が受信されていれば，これを再利用するのが自然であると考ええる．このような受信済み信号を再利用することは，結果的にサンプリング周期が 2δ になったものと見なすことができる．計測の失敗が続くときは同様にサンプリング周期が $3\delta, 4\delta, \dots$ となる．延長される周期は常に基本周期 δ の定数倍となるが，予め知ることはできない．そこで便宜上，最大値 $h_{\max}$ を与え， $1 \leq h \leq h_{\max}$ と仮定する．

例えば，図 3.1 で $y(k\delta)$ が $k = 2, 3, 5, 8, 9$ では得られず，過去の信号を再利用するなら， $h_{\max} = 3$ となり，取りうるサンプリング周期は $\delta, 2\delta, 3\delta$ となる．

本稿では，上述のような場合に対して式 (3.1) のモデルに基づくオブザーバを設計することを考える．オブザーバは連続時間で動作するが観測信号はサンプラとホールダを介して得られ，センシングや通信障害によりその周期が不規則になる．以上のような構成を図. 3.2 にまとめる．

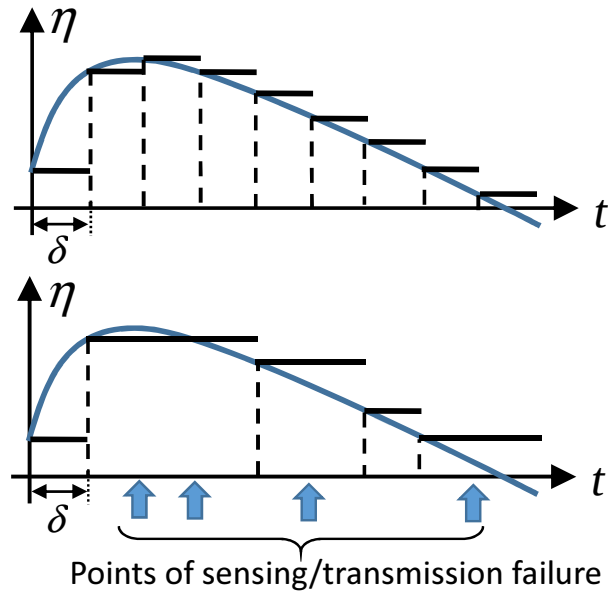


図 3.1 定期サンプリング (上) と不定期サンプリング (下) のイメージ

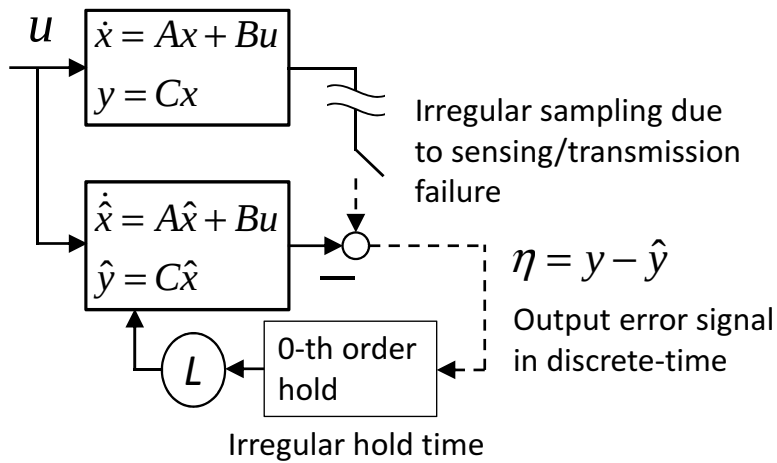


図 3.2 提案法のブロック線図

3.2 提案法

3.2.1 ゲイン設計

提案するオブザーバは次の式

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L\eta, \quad \hat{y} = C\hat{x}, \quad (3.2)$$

で与えられる．ここで，3.1 節の設定により出力誤差 $\eta := y - C\hat{x}$ は区分的に一定値をとることに注意しよう．まず最初に，測定信号が失われず定期的なサンプリングが可能の場合を考える．対象システムと推定値の誤差を前章では e としたが，ここではネイピア数 e と区別するため $\varepsilon := x - \hat{x}$ と定義する．式 (3.1), (3.2) より，誤差系

$$\dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) - LC\varepsilon(k\delta), \quad \text{for } t \in (k\delta, (k+1)\delta) \quad (3.3)$$

が任意の整数 k に対して得られる．(3.3) 式を区間ごとに解くと，

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= e^{A(t-k\delta)}\varepsilon(k\delta) - \int_0^{t-k\delta} e^{A(t-k\delta-\tau)}LC\varepsilon(k\delta)d\tau \\ t &\in (k\delta, (k+1)\delta), \quad k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる．さらに $t := (k+1)\delta$ を代入すると，

$$\begin{aligned} \varepsilon((k+1)\delta) &= e^{A\delta}\varepsilon(k\delta) - \int_0^\delta e^{A(\delta-\tau)}d\tau LC\varepsilon(k\delta) \\ &= (A_\delta - T_\delta LC)\varepsilon(k\delta), \end{aligned} \quad (3.5)$$

なる離散時間方程式が導かれる．ここに

$$A_\delta := e^{A\delta}, \quad T_\delta = \int_0^\delta e^{A(\delta-\tau)}d\tau$$

とおいた．

さて，次に 3.1 節で設定したようにサンプリング周期が任意の正の整数 $h \leq h_{\max}$ であると仮定する．すると，式 (3.5) の δ が $h\delta$ に置き換わり，

$$\varepsilon((k+1)h\delta) = (A_{h\delta} - T_{h\delta}LC)\varepsilon(kh\delta), \quad (3.6)$$

となる．これが誤差ダイナミクスであり， $h = 1, \dots, h_{\max}$ に対して式 (3.6) が安定となるようなオブザーバゲイン L を求めたい．

命題 2 連立線形行列不等式 (Simultaneous LMIs)

$$\begin{aligned} P > 0, \quad M_h &= \begin{pmatrix} -P & PT_{h\delta}^{-1}A_{h\delta} - XCT_{h\delta} \\ * & -P \end{pmatrix} < 0 \\ &\text{for } h = 1, \dots, h_{\max} \end{aligned} \quad (3.7)$$

の共通解 P, X を用いて,

$$L = P^{-1}X \quad (3.8)$$

とすると (3.6) 式は安定となる.

証明 式 (3.6) の係数行列に対し, 左から $T_{h\delta}^{-1}$, 右から $T_{h\delta}$ をかけて相似変換

$$A_{h\delta} - T_{h\delta}LC \sim T_{h\delta}^{-1}A_{h\delta}T_{h\delta} - LCT_{h\delta}, \quad (3.9)$$

を施す. 相似変換によって安定性は保存されるので, 上式の右辺に対応して (3.7) 式を考え, (3.8) 式を (3.6) 式に代入すると $\varepsilon^T P \varepsilon$ が Lyapunov 関数となり, 安定性が示される. $\square$

なお, LMI(3.7) の導出には Lyapunov 不等式に Schur の補題 [11] を用いる.

3.2.2 提案法の性能改善

本節では, 推定誤差 (Lyapunov 関数) の減衰率を指定し, オブザーバゲインを設計する. 減衰率を事前に設定することで, 誤差 ε が零に収束する速さの改善が期待できる. まず, 誤差系式 (3.6) に対する共通の Lyapunov 関数の候補 $V(t)$ を $V(t) := \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t)$, $P > 0$ とし,

$$V(t+1) < r^2 V(t), \quad 0 < r < 1 \quad (3.10)$$

を満たすゲイン L を設計する. ここで, r は $V(t)$ の減衰率を意味する. $V(t)$ の定義と式 (3.10) より, 前節と同様の方法で, 減衰率 r を考慮した LMIs

$$\begin{aligned} P > 0, \quad M_h = \begin{pmatrix} -rP & PT_{h\delta}^{-1}A_{h\delta} - XCT_{h\delta} \\ * & -rP \end{pmatrix} < 0 \\ \text{for } h = 1, \dots, h_{\max} \end{aligned} \quad (3.11)$$

が導ける. その解 P, X を用いて式 (3.8) を計算することで求めるゲインを得る.

3.3 数値シミュレーション

3.3.1 例題

まず簡単な例を紹介する．(3.1) 式で $A = 0, B = 1, C = 1$ とすると，これは積分器一つからなる系である．このとき

$$A_\delta = e^{0\delta} = 1, \quad T_\delta = \int_0^\delta e^{0(\delta-\tau)} d\tau = \int_0^\delta 1 d\tau = \delta$$

基本サンプル周期 $\delta = 0.1$ のとき 3.2 節の議論を考慮せずオブザーバゲインを $L = 3/2$ とおくと，もし信号が基本周期ごとに得られれば誤差系は安定である．ところがサンプル周期が $h\delta$, $h > 40/3$ となったときは

$$A_{h\delta} - T_{h\delta}LC < -1$$

となり不安定となる．

3.3.2 シミュレーション条件

次に 3.2 節で提案した不定期サンプリングによるオブザーバの動作をシミュレーションで確認しよう．まず図 3.3 のような 2 輪独立駆動形の移動ロボットを考え，

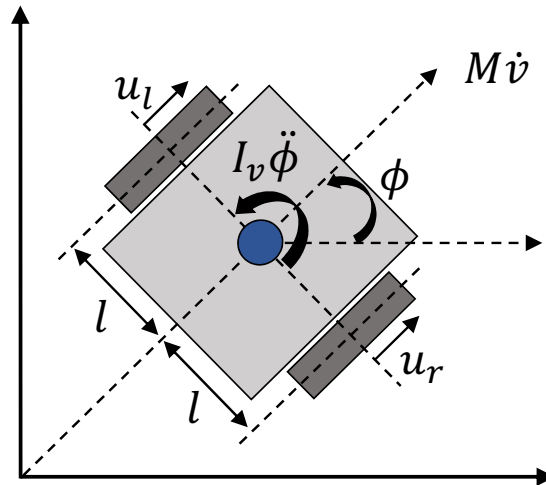


図 3.3 2 輪独立駆動型移動ロボット

$v, \phi, \dot{\phi}$ をそれぞれ移動ロボットの速度, 方位角, 方位角の角速度とする. 右・左の車輪への操作トルクをそれぞれ u_r, u_l とし, 入力を $u = (u_r, u_l)^\top$ としたときの運動方程式は次式のような連続時間状態方程式で記述される [14].

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} b_1 & b_1 \\ 0 & 0 \\ b_2 & -b_2 \end{pmatrix} u, \quad (3.12)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x, \quad x = \begin{pmatrix} v \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

$$a_1 = -\frac{2c}{Mr^2 + 2I_w}, \quad a_2 = -\frac{2cl^2}{I_v r^2 + 2I_w l^2}, \quad (3.14)$$

$$b_1 = \frac{kr}{Mr^2 + 2I_w}, \quad b_2 = \frac{kr l}{I_v r^2 + 2I_w l^2} \quad (3.15)$$

(3.14), (3.15) 式のパラメータは表 3.1 のように設定する.

この系の状態 x を推定することが目的である. 入力には常にリアルタイムで得られるとし, 以下では

$$u_r \equiv 0.1, \quad u_l = 0.1 + 0.1 \sin 0.3t$$

と与える. 一方, 速度と方位角を測定すると考え, 出力 y の成分とした. ただし, これらはセンシング障害や伝送損失により一時的に失われ, そのためにサンプル周期が変動すると仮定する.

初期時刻 $t = 0$ におけるプラントとオブザーバの状態を, それぞれ

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \pi/4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

とする. 基本周期を $\delta = 10 [\text{ms}]$ とし, サンプリング周期 $h\delta$ は整数一様乱数 $h \in [1, h_{\max}]$ を生成して決定する. ここに $h_{\max} = 5$ とする. これは信号が最悪で 4 回連続して失われることに相当する.

表 3.1 移動ロボットのパラメータ

c	viscous friction factor	0.01 [N · s/m]
M	mass	0.6 [kg]
r	radius of the wheel	0.02 [m]
l	distance between gravity center	0.1 [m]
k	drive gain	1
I_w	inertia moment of the wheel	0.002 [kg · m ²]
I_v	inertia moment	0.0011 [kg · m ²]

3.3.3 シミュレーション結果

以上の条件のもとでオブザーバゲインを設計し，推定を行う．(3.7) 式の連立 LMI を満たす P, X を求めるには MATLAB R2014b と最適化ツール SeDuMi, YALMIP を用いる．

最初の 300 [ms] について，生成されたサンプリング周期に従ってサンプリング，ホールドした出力誤差 η を図 3.4 に示す．グラフ中の丸印が基本周期の時間ステップでの値を表し，実線はホールドした信号値を表す．

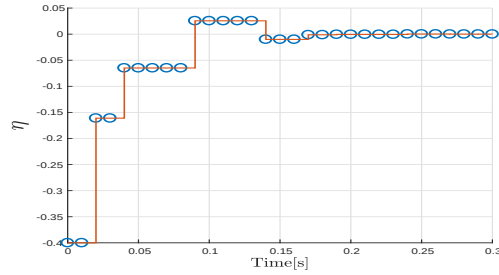


図 3.4 不規則にサンプリングされた出力誤差値

次に，状態量 $v, \phi, \dot{\phi}$ について真値と推定量の時間応答をそれぞれ図 3.5, 3.6, 3.7 に示す．時間が経過するにつれて，推定量が状態量に一致することがわかる．また，最初の 300 [ms] の v の推定誤差を図 3.8 に示す．実線と破線は，それぞれ提案法（不定期サンプリングによる設計）と従来法（サンプリング周期を 10[ms] に固

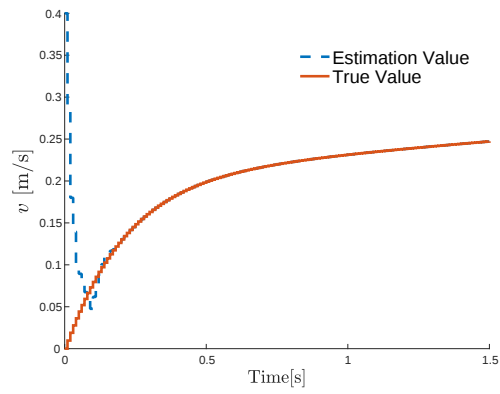


図 3.5 推定結果 (v)

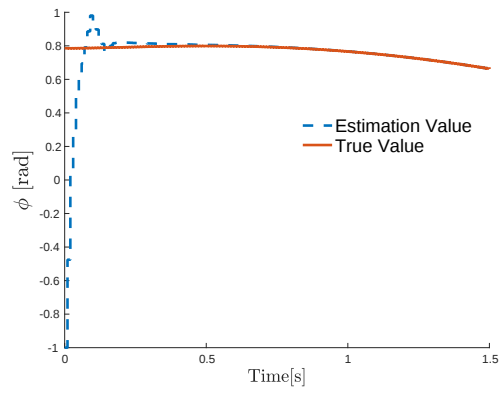


図 3.6 推定結果 (ϕ)

定して設計) である。図 3.8 より，従来法では推定誤差が不安定化してしまう場合であっても，提案法により推定誤差が収束することがわかる。

また， $h_{\max}$ がさらに大きな場合 (例えば $h_{\max} = 100$) についても，提案法により安定なゲインを設計することができた。

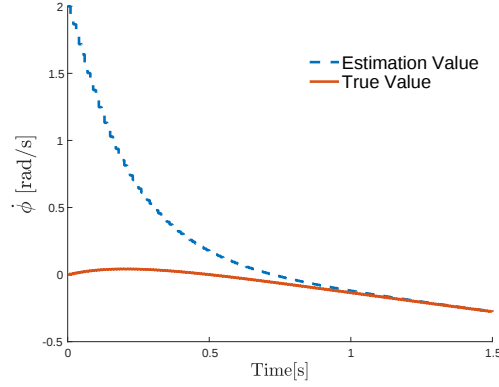


図 3.7 推定結果 ($\dot{\phi}$)

3.4 実機実験

3.4.1 条件

本節では，図 3.9 のようなドローンとモーションキャプチャを用いた実機実験により，提案法の有効性を確認する．ハードウェアは Parrot 社の AR.Drone と OptiTrack 社のモーションキャプチャシステムを用いる．本実験では AR.Drone の 3 次元位置，3 次元の姿勢角（ピッチ，ロール，ヨー）をモーションキャプチャで取得し，その信号を用いてオフラインで推定する．このとき，サンプリング周期は前節と同様に一様乱数で生成し，これに従ってオブザーバとプランとのモデルの出力誤差をサンプリングする．AR.Drone は専用ソフト AR.FreeFlight を用いて操作し，ホバリング状態を自由システムとして推定する．

推定対象は，以下のホバリングを維持するために線形化された連続時間の状態方程式 [15] とする．

$$\dot{x} = A_c x, \quad (3.16)$$

$$y = C_c x, \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
A_c = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_x - (A_z - mg)}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_y + (A_z - mg)}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
C_c = & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

x, y, z ドローンの3次元位置, ϕ, θ, ψ はそれぞれピッチ, ロール, ヨーである. 姿勢角の対応関係は図 3.10 の通りである. また, m はドローンの質量, g は重力加速度, A_x, A_y, A_z は空力外乱であり, それぞれ $m = 0.42$, $g = 9.8$, $A_x = A_y = A_z = 0$ とする. 基本周期を $\delta = 10$ [ms] とし, サンプル周期 $h\delta$ は整数一様乱数 $h \in [1, h_{\max}]$ を生成して決定する. ここに $h_{\max} = 3$ とする.

以上の条件の下で, 式 (3.11) により減衰率を指定したゲイン設計を行う. ホバリング時の位置と姿勢角を 10[ms] の間隔でサンプリングし, これを出力信号 y とした. さらに, 乱数によって生成されたサンプリング周期 $h\delta$ に基づいて出力誤差 η をサンプリングしながら推定を行った.

3.4.2 推定結果

減衰率を $r = 1, 0.9$ とし, それぞれに対して設計を行った. 推定値の初期値を

$$\hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

と与え, 推定を行った. 状態値のうち, 位置, 姿勢角の推定結果を図 3.11, 3.12 に示す. ここでは, モーションキャプチャによって計測した出力信号を状態の真値とし, 比較している. 図 3.11, 3.12 の結果を比較すると, どちらもある程度推定値が真値に収束しているが, 特に x と y の推定結果で, 減衰率を小さくすることによって推定誤差がより収束度合いが改善されていることがわかる. 減衰率は本来推定誤差の収束の速さを改善するものであるものの, 以上の結果より, 減衰率を指定することで誤差の収束度合いが改善するケースがあることが確認できた.

3.5 考察

通常の連続時間あるいは定期サンプリングの場合は誤差の収束を反映する評価関数

$$J(e) = \int_0^{\infty} (e^T Q e + \eta^T R \eta) dt$$

を設定して最適化を図るのが自然である. 不定期サンプリングの場合も同様の設計ができれば望ましいが, 現時点では達成できていない. この点が今後の課題である.

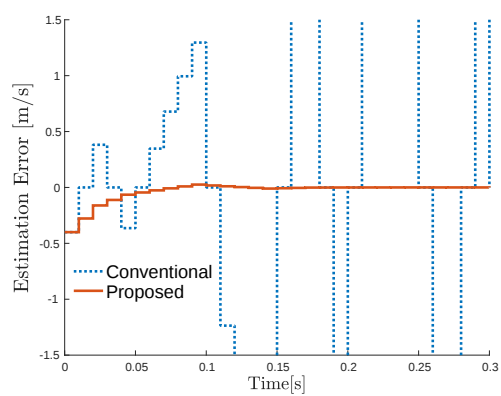


図 3.8 推定誤差の比較

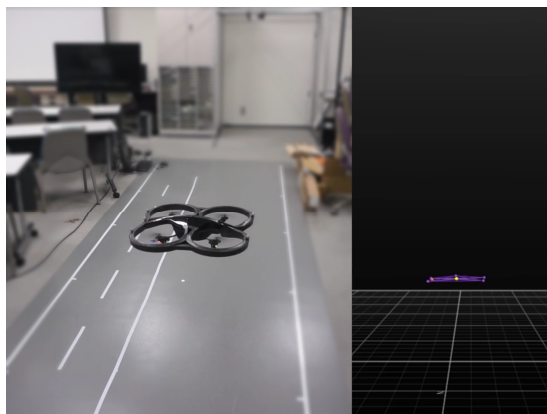


図 3.9 AR.Drone のモーションキャプチャによる計測

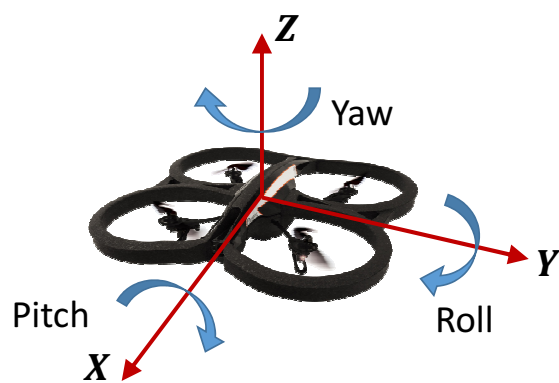


図 3.10 ドローン上の座標と姿勢角

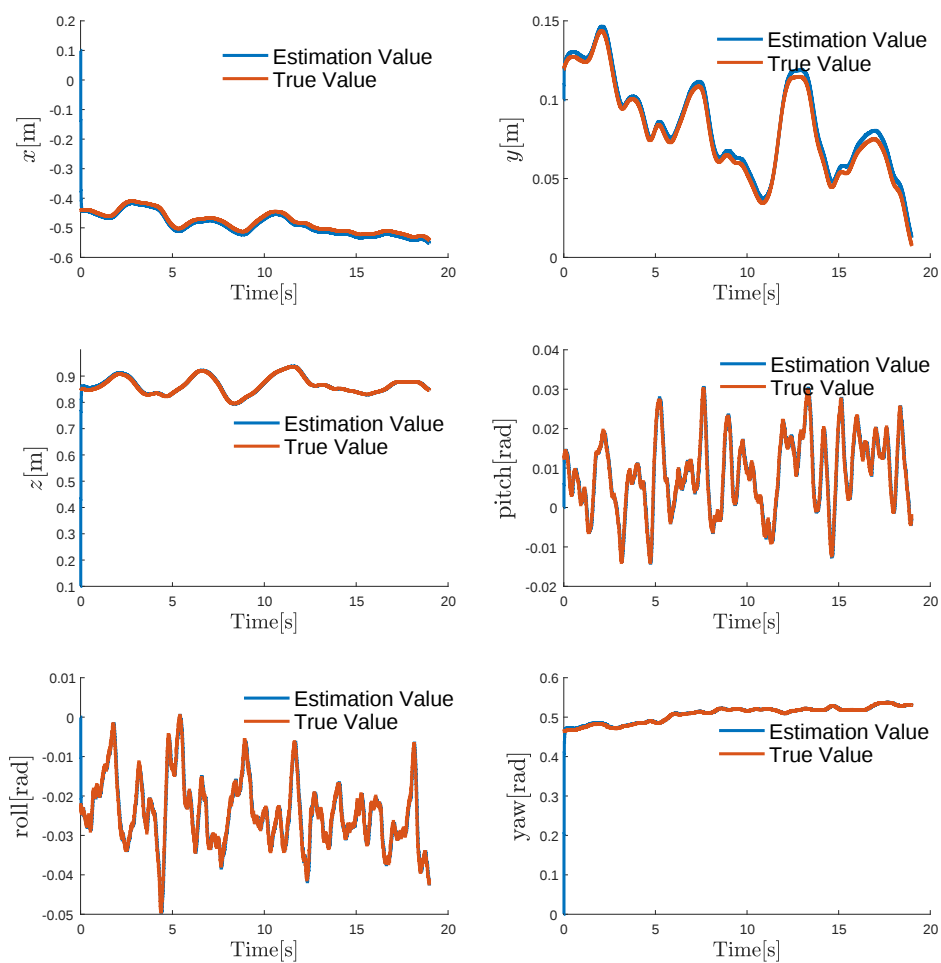


図 3.11 減衰率 $r = 1$ のときの推定結果

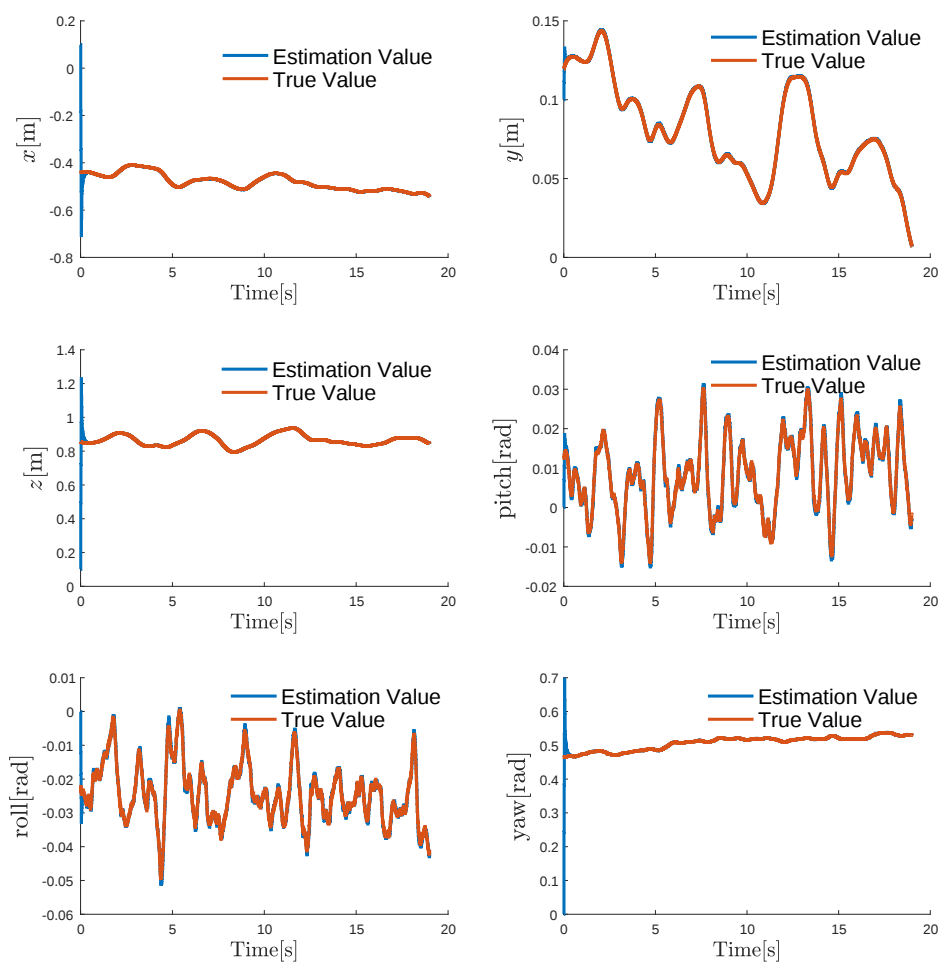


図 3.12 減衰率 $r = 0.9$ のときの推定結果

第 4 章 おわりに

4.1 まとめ

本論文では，ネットワーク・外部センサを含む系を想定した 2 つの問題設定について，オブザーバによる状態推定手法を検討した．

第 2 章では，タイムスタンプを用いた不規則な遅延の補償方法について，従来法の改良を行った．まず，従来法の切替え型オブザーバの拡大系を一般化し，信号の再利用を伴わない推定手法を提案した．次に，再利用を前提とした，同次元のオブザーバによる推定手法を提案した．どちらの手法もともに，共通 Lyapunov 関数に基づく連立 LMI に帰着させ，任意の切替えに対して安定となる設計を行った．DC モータの数値例を与え，観測雑音の存在下で提案法の方が推定誤差が小さいこと，LMI の求解時間が短いことを確認した．

第 3 章では，サンプル値状態推定において，サンプリング周期の上限を定め，その範囲内で安定性を保証する単一ゲインオブザーバを提案した．予期する全てのサンプリング周期における離散時間の等価変換により誤差系を求め，連立 LMI へを導出した．2 輪独立駆動型移動ロボットの数値シミュレーションにより，定期サンプリングによる設計では不安定化してしまうケースでも，提案法により誤差系が安定となることを確かめた．また，ドローンとモーションキャプチャを用いた実機実験では，減衰率を指定することで性能が改善される場合があることを確認した．

4.2 今後の課題

第 2, 3 章共通の課題は，設計の保守性の改善である．1.3 節で述べた通り，共通 Lyapunov 関数に基づく設計は，切替え系の任意の切替えに対して安定性を保証する保守的なものであり，より保守性の低い切替え Lyapunov 関数による設計の検討が求められる．

2.3 節では対象が不安定系である場合，信号の付着時には安定性を保証するのが難しいため，対象を安定系に限定した．現在の手法が不安定系にどれほど対応できるか，まずはシミュレーションによる詳細な性能評価が必要となる．

2.4 節の方法は，LMI 計算に要する時間が削減できることがシミュレーションにより確認できた．リアルタイムでゲインを更新する問題設定に対して適用が期待できる．

不定期サンプリングについては，3.5 節にあるように評価関数を用いた最適化に適用できていない．具体的には Riccati 方程式の導出ができておらず，これも今後の課題である．

謝辞

まず，本研究を進めるにあたり，状態推定の基礎から学会原稿執筆・発表の指導まで，多大なご助力を頂いた知能システム制御研究室の杉本謙二教授に心から御礼申し上げます。

お忙しい中，副指導教員を引き受けて頂き，ゼミナール発表の場では的確な質問・指導をしてくださったユビキタスコンピューティングシステム研究室の安本慶一教授に深く御礼申し上げます。

定例研究会等で本研究に関して率直かつ的確なご意見を頂いた松原崇充准教授に厚く御礼申し上げます。

日常の何気ない会話から，研究内容に至るまで，有益なご助言・ご指導を頂いた南裕樹客員准教授に深く感謝いたします。

短い間でしたが，原稿執筆・実験準備等でたくさんご助言を頂いた小林泰介助教に深く感謝いたします。

出張手続きの際など，多くの事務手続きを迅速に代行して頂きました本研究室秘書の林英子様 に厚く御礼申し上げます。

2年間の大学院生活の酸いも甘いも共有し，時には励ましの言葉をかけて支えて頂いた研究室の先輩方，同期，後輩の皆様に感謝いたします。

最後に，常に心の支えとなった家族，友人に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] R. Luck and A. Ray: An observer-based compensator for distributed delays, *Automatica*, Vol. 26, No. 5, pp. 903-908 (1990)
- [2] 山本 裕, 原 辰次, サンプル値制御理論 - I : システムとその表現, システム制御情報学会講座, Vol. 43, No. 8, pp. 436-443 (1999)
- [3] 原 辰次, 山本 裕, サンプル値制御理論 - : 最適制御問題とその解法, システム制御情報学会講座, Vol. 43, No. 12, pp. 660-668 (1999)
- [4] 山下 裕: 遠隔制御における伝送遅延・情報欠落の補償, 計測と制御, Vol. 41, No. 7, pp. 513-518 (2002)
- [5] 中村 幸紀, 小木曾 公尚, 安達 直世, 杉本 謙二: 時変の伝送遅延を含む系に対するゲイン切替え型オブザーバ, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 11, pp. 1224-1233 (2006)
- [6] 中村 幸紀, 平田 健太郎, 杉本 謙二: タイムスタンプを用いた切替え型オブザーバによるネットワーク上の複数機器の連動, システム制御情報学会論文誌, Vol. 21, No. 7, pp. 211-218 (2008)
- [7] 中村 幸紀, 長井 健祐, 杉本 謙二: 外れ値を伴う環境下での切替え型オブザーバによる状態推定, 計測自動制御学会論文集, Vol. 47, No. 2, pp. 81-89 (2011)
- [8] N. Guenard, T. Hamel and R. Mahony: A practical visual servo control for a unmanned airial vehicle, *IEEE Transaction on Robotics*, Vol. 24, No. 2, pp. 331-340 (2008)
- [9] D. Liberzon: Basic problems in stability and design of switching systems, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 19, No 5, pp. 59-70 (1999)
- [10] D. Liberzon: *Switching in Systems and Control*, Birkhäeuser (2003)
- [11] Keqin Gu, Vladimir L. Kharitonov, Jie Chen: *Stability of Time-Delay Systems*, Birkhäeuser (2003)
- [12] 蛭原義雄: LMI によるシステム制御, 森北出版 (2012)
- [13] K. Kogiso and K. Hirata: A reference governor in a piecewise state affine function, Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control, pp. 1747-1752 (2003)

- [14] 佐藤和也, 2 輪独立駆動型移動ロボット車の数学モデル,
`http://www.me.saga-u.ac.jp/sato/motion.pdf`+
- [15] Emile Biever: Controlling of an single drone,
`se.wtb.tue.nl/~lefeber/do\_download\_pdf.php?id=159`

付録

C. Schur の補題

補題 [11],[12] 実対称行列 X が与えられたとする. このとき, 次の命題は等価である.

1.

$$X := \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{12}^T & X_{22} \end{pmatrix} > 0$$

2. $X_{11} > 0$ かつ $X_{22} - X_{12}^T X_{11}^{-1} X_{12} > 0$

3. $X_{22} > 0$ かつ $X_{11} - X_{12} X_{22}^{-1} X_{12}^T > 0$

D. 2 輪独立駆動型移動ロボットの数学モデル

3.3 節の移動ロボットの動特性は次の運動方程式で表わされる.

$$I_v \ddot{\phi} = D_r l - D_l l \quad (4.1)$$

$$M \dot{v} = D_r + D_l. \quad (4.2)$$

また, 左右輪の駆動系の動特性は

$$I_w \theta_i + c \dot{\theta}_i = k u_i - r D_i, \quad i = r, l \quad (4.3)$$

と表わされる. ここで, 各パラメータは表 3.1 のように定義されているものとし, D_i , θ_i , u_i はそれぞれ, 各駆動輪の駆動力, 回転角, 駆動入力である.

一方, 変数 ϕ , v , θ_i の幾何学的な関係は次式のように表わされる.

$$r \dot{\theta}_r = v + l \dot{\phi}, \quad (4.4)$$

$$r \dot{\theta}_l = v - l \dot{\phi}. \quad (4.5)$$

この時, 移動ロボットの状態変数を $x = \begin{pmatrix} v & \phi & \dot{\phi} \end{pmatrix}^T$ とし, 右輪および左輪の操作トルクを $u = \begin{pmatrix} u_r & u_l \end{pmatrix}^T$, 出力を $y = \begin{pmatrix} v & \phi \end{pmatrix}^T$ とするとき, このモデルは (3.12) 式の線形状態方程式で表すことができる.